

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA E
CIÊNCIA DOS MATERIAIS

SILVIA NEGRELLI

ESTUDO TEÓRICO-EXPERIMENTAL SOBRE A CONDUTIVIDADE TÉRMICA
DA GEADA FORMADA EM CANAIS DE PLACAS PARALELAS

CURITIBA

2016

SILVIA NEGRELLI

**ESTUDO TEÓRICO-EXPERIMENTAL SOBRE A CONDUTIVIDADE TÉRMICA
DA GEADA FORMADA EM CANAIS DE PLACAS PARALELAS**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação
em Engenharia e Ciência dos Materiais da Universidade
Federal do Paraná, como requisito para obtenção do
grau de Mestre.

Orientador:
Prof. Christian Johann Losso Hermes, Dr.Eng.

CURITIBA

2016

N385e

Negrelli, Silvia

Estudo teórico-experimental sobre a condutividade térmica da geada em canais de placas paralelas/ Silvia Negrelli. – Curitiba, 2016.
99 f. : il. color. ; 30 cm.

Dissertação - Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia, Programa de Pós-graduação em Engenharia e Ciência dos Materiais - PIPE, 2016.

Orientador: Christian Johann Losso Hermes .
Bibliografia: p. 82-86.

1. Geada. 2. Condutividade térmica. 4. Correlação (Estatística). 4. Porosidade. I. Universidade Federal do Paraná. II. Hermes, Christian Johann Losso. III. Título.

CDD: 551.38




UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Ciência dos Materiais- PIPE
Setor de Tecnologia

RELATÓRIO DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

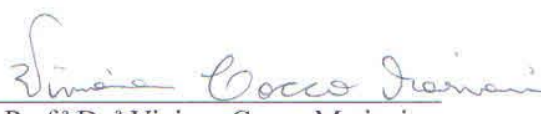
Aos vinte e nove dias do mês de fevereiro de 2016, no auditório do CEHPAR - no Centro Politécnico - UFPR, foi instalada pela Prof.^a Dr.^a Ana Sofia C. M. D'Oliveira, coordenadora do PIPE – Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Ciência dos Materiais, a Banca Examinadora para a trecentésima oitava defesa de dissertação de mestrado na área de concentração: Engenharia e Ciência dos Materiais. Estiveram presentes no ato, além do coordenador do Curso de Pós-Graduação, professores, alunos e visitantes. A Banca Examinadora, atendendo a determinação do colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Ciências dos Materiais, foi constituída pelos professores doutores: Prof. Dr. Christian Johann Losso Hermes (UFPR), Cyro Ketzer Saul (UFPR), Everton Fernando Zanoelo (UFPR), Viviana Cocco Mariani (PUC-PR). Às 14:00 horas, a banca iniciou os trabalhos, convidando a candidata **SILVIA NEGRELLI** a fazer a apresentação da dissertação de mestrado intitulada **“ESTUDO TEÓRICO EXPERIMENTAL SOBRE A CONDUTIVIDADE TÉRMICA DA GEADA FORMADA EM CANAIS DE PLACAS PARALELAS.”** Encerrada a apresentação, iniciou-se a fase de arguição pelos membros participantes. Tendo em vista a dissertação e a arguição, a banca decidiu pela aprovação da candidata, (de acordo com a determinação dos artigos 68 e 69 da resolução 65/09 de 09.11.2009).


Curitiba, 29 de fevereiro de 2016.


Prof. Dr. Christian Johann Losso Hermes
Orientador


Prof. Dr. Cyro Ketzer Saul
Examinador


Prof. Dr. Everton Fernando Zanoelo
Examinador


Prof.ª Dr.ª Viviana Cocco Mariani
Examinador


Prof.ª Dr.ª Ana Sofia C. M. D' Oliveira
Coordenadora do PIPE

Dedico este trabalho aos meus pais, pelo apoio
que me permitiu chegar até aqui.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Prof. Christian Hermes, pela confiança depositada em meu trabalho e pela dedicação dispensada à minha formação, estando sempre presente para tirar dúvidas e passar seus conhecimentos, além de sua preocupação em assegurar meu avanço profissional.

À minha família, em especial meus pais, Sebastião e Dirlene, meus irmãos e minha madrinha Márcia, pelo apoio e carinho incondicionais dados durante todos esses anos.

Aos colegas do Laboratório de Termodinâmica e Termofísica, pelos momentos de descontração e por toda a ajuda prestada, sempre contribuindo para o bom andamento deste trabalho. Agradecimento especial ao M. Eng. Valter Salles, por passar seu conhecimento e estar sempre disposto a resolver problemas encontrados na etapa experimental, e ao aluno de iniciação científica André Modtkowski, pela ajuda durante os experimentos e com os detalhes da etapa numérica.

Aos professores do PIPE, por todos os ensinamentos passados, e em especial ao professor Rodrigo Perito, pelos inúmeros conselhos e discussões técnicas.

Aos membros da Banca Examinadora, pela disposição para a avaliação do trabalho.

À CAPES e ao CNPq, pelo auxílio financeiro.

A todos aqueles que, de alguma maneira, estiveram presentes nessa etapa, pelo apoio e motivação ao longo desses dois anos.

*“Understand well as I may, my comprehension
can only be an infinitesimal fraction of all I
want to understand.”*

(Ada Lovelace)

RESUMO

Os modelos computacionais empregados para prever o crescimento de uma camada de geada consideram-na como um meio poroso homogêneo, utilizando como base as equações fundamentais da Termodinâmica e dos Fenômenos de Transporte. Há, porém, a necessidade de empregar correlações empíricas para calcular as propriedades termofísicas do meio poroso, particularmente a densidade e a condutividade térmica. A análise da literatura mostra que os estudos sobre a condutividade térmica da geada carecem de uma correlação de base física que possa ser usada em uma ampla faixa de aplicações. Para preencher essa lacuna, o presente trabalho apresenta um estudo teórico-experimental do processo de crescimento da geada com o objetivo de avançar o conhecimento sobre a condutividade térmica do meio poroso formado pelos cristais de gelo em ar úmido. Para atingir tal objetivo, o trabalho foi conduzido em duas frentes: uma experimental e outra computacional. O trabalho experimental foi desenvolvido em um aparato próprio, consistindo num túnel de vento fechado capaz de emular diferentes condições de operação em um canal de placas paralelas, onde são rigorosamente controladas a velocidade, as condições psicrométricas do ar e a temperatura da placa resfriada. A partir de um total de 45 pontos experimentais, uma correlação semi-empírica para condutividade térmica da geada foi desenvolvida, sendo capaz de representar os dados experimentais dentro de uma banda de erro de $\pm 15\%$. Adicionalmente aos dados experimentais, uma extensa revisão dos dados experimentais disponíveis na literatura aberta permitiu o desenvolvimento de uma correlação complementar para a condutividade térmica da geada formada sobre placas planas. A frente computacional consistiu em determinar a condutividade térmica da geada a partir de um modelo que simula a formação de um meio poroso heterogêneo. Baseado na teoria fractal, o modelo é capaz de determinar o arranjo adquirido pela geada e o usa para avaliar as propriedades termofísicas do meio formado. As simulações conseguem prever de maneira satisfatória a condutividade térmica de uma camada de geada com uma margem de erro de $\pm 15\%$, em relação aos dados experimentais e à correlação semi-empírica desenvolvida no trabalho.

Palavras chave: geada, condutividade térmica, correlação semi-empírica, meio poroso, agregação limitada por difusão.

ABSTRACT

Computational models used to predict the growth of a frost layer usually consider frost as an homogeneous porous medium, and are based on the fundamental principles of Thermodynamics and Transport Phenomena. Nonetheless, those models rely on empirical correlations to compute the thermophysical properties of the frosted medium, particularly the density and the effective thermal conductivity. A review of the state-of-the-art reveals that the open literature lacks of a physically-based model for the thermal conductivity of frost which is also applicable to a wide range of frost morphologies. Therefore, the present work presents a theoretical and experimental investigation of the thermal conductivity of the porous medium formed by ice crystals on moist air. For this propose, the study was conducted in two fronts: an experimental one and a computational one. The experimental work was carried out by means of a purpose-built closed-loop wind-tunnel facility, which is capable to emulate different operational conditions in a test section comprised of a parallel plate channel. The rig provides a strict control of the psychrometric conditions at the entrance of the test section as well as of its surface temperatures. A dataset comprising of 45 experimental points was gathered in order to come up with a semi-empirical correlation for the thermal conductivity of frost, which is able to represent the experimental data points within the 15% thresholds. In addition, a comprehensive literature review with regard to the thermal conductivity of frost formed on flat surfaces was used to come up with a semi-empirical correlation for this geometry. The computational front consisted of putting forward a mathematical model based on both the fractal theory and the finite-volume method, which simulates the morphology of the frosted medium and uses it to evaluate its properties, such as porosity and thermal conductivity. It was found that the model predictions for the thermal conductivity were able to represent the experimental data within the 15% thresholds.

Key words: frost, thermal conductivity, semi-empirical correlation, porous medium, diffusion limited aggregation

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Geada formada na superfície de um evaporador.....	1
Figura 2 - Gelo (a) e geada (b)	1
Figura 3 - Diagrama de fases da água.....	2
Figura 4 - Representação da formação da geada na carta psicrométrica.....	3
Figura 5 - Morfologia da geada em função do grau de supersaturação e da temperatura de superfície	4
Figura 6 - Representação esquemática do modelo	7
Figura 7 - Associação de resistências térmicas em paralelo (a) e em série (b).....	20
Figura 8 - Representação da condutividade térmica nos três arranjos distintos.....	21
Figura 9 - Representação das equações (2.2) a (2.4) com dados experimentais da literatura ..	22
Figura 10 - Representação esquemático de uma coluna de gelo	24
Figura 11 - Resultados dos ajustes da equação (2.7) para três faixas de temperatura.	27
Figura 12 - Comparação entre os dados experimentais e as correlações encontradas na literatura nas três faixas de temperatura: $-30 < T_w < -19^{\circ}\text{C}$ (a), $-19 < T_w < -10^{\circ}\text{C}$ (b) e $-10 < T_w < -4^{\circ}\text{C}$ (c)	28
Figura 13 - Aparato experimental.....	31
Figura 14 - Representação esquemática do aparato experimental.....	32
Figura 15 - Representação esquemática da seção de testes	34
Figura 16 - Representação esquemática do substrato onde a geada se forma	34
Figura 17 - Representação esquemática do canal de placas paralelas.....	34
Figura 18 - Janela de visualização do crescimento da geada	35
Figura 19 - Representação do conjunto que forma a seção de testes	36
Figura 20 - Sistema de by-pass fechado (a) e aberto (b)	37
Figura 21 - Evolução temporal da espessura da geada capturada pelo sistema de aquisição de imagens.....	38
Figura 22 - Representação esquemática do fluxo de calor na camada de geada	39
Figura 23 - Evolução temporal da massa depositada nos testes #3, #5 e #8	43
Figura 24 - Evolução temporal da porosidade.....	44
Figura 25 - Comparação entre as densidades experimentais e as da correlação de Nascimento et al.(2014).....	46
Figura 26 - Relação entre condutividade térmica e porosidade nos três níveis de	

temperatura: -23°C (a), -15°C (b) e -7°C (c).....	47
Figura 27 - Condutividade térmica da geada em função da porosidade e temperatura.....	48
Figura 28 - Comparação entre as correlações de placa plana e canal de placas paralelas.....	48
Figura 29 - Comparação entre a condutividade térmica experimental e a ajustada correlação apresentada	49
Figura 30 - Evolução temporal da massa de geada depositada (a) e da espessura (b) em diferentes velocidades.....	51
Figura 31 - Evolução temporal da porosidade da geada em diferentes velocidades	51
Figura 32 - Variação da condutividade térmica da geada em função da porosidade para diferentes velocidades.....	51
Figura 33 - Comparação entre os valores experimentais e os obtidos pela equação (2.7)	52
Figura 34 - Exemplo de objeto com geometria euclidiana	54
Figura 35 - Exemplo de objeto com geometria fractal	54
Figura 36 - Exemplo de estrutura formada com o uso de DLA	55
Figura 37 - Padrão de distribuição das partículas de geada	56
Figura 38 - Algoritmo de solução para o modelo DLA.....	57
Figura 39 - Possíveis caminhos que a partícula pode seguir	58
Figura 40 - Exemplo de caminho aleatório percorrido por uma partícula.....	58
Figura 41 - Caminho aleatório percorrido por uma partícula de adensamento	59
Figura 42 - Exemplo de geada formada pelo modelo DLA proposto no presente trabalho	60
Figura 43 - Evolução da porosidade ao longo da simulação	61
Figura 44 - Evolução temporal da massa depositada ao longo da simulação.....	62
Figura 45 - Evolução temporal da espessura da geada.....	62
Figura 46 - Distribuição das partículas encontradas na estrutura da geada da Figura 42	63
Figura 47 - Volume de controle 2-D	64
Figura 48 - Distribuição de temperaturas ao longo da camada de geada da Figura 42	65
Figura 49 - Comparação entre o k efetivo encontrado numericamente o valor real	67
Figura 50 - Avaliação da porosidade ao longo do experimento e da simulação.....	69
Figura 51 - Evolução temporal da massa (a) e da espessura experimentais e simuladas (b) ...	69
Figura 52 - Relação entre a condutividade térmica e a porosidade	69
Figura 53 - Meio poroso formado em diferentes simulações	70
Figura 54 - Condutividade térmica em função da porosidade em três diferentes simulações..	71
Figura 55 - Influência da temperatura sobre a condutividade térmica do gelo (a) e do ar (b) .	71
Figura 56 - Influência da temperatura do substrato na relação $\Delta T/\Delta \omega$ numa carta	

psicrométrica	72
Figura 57 - Influência da temperatura do substrato no fluxo mássico.....	72
Figura 58 - Comparação entre a condutividade encontrada e a da correlação semi-empírica em três temperaturas: -23°C (a), -15°C (b) e -7°C (c)	73
Figura 59 - Condutividade térmica encontrada em diferentes temperaturas	74
Figura 60 - Influência da temperatura do substrato na condutividade térmica da geada	74
Figura 61 - Influência da temperatura do substrato e da porosidade na condutividade térmica	75
Figura 62 - Comparação entre os resultados obtidos em diferentes temperaturas	77
Figura 63 - Comparação entre os resultados obtidos em diferentes temperaturas	77
Figura 64 - Relação entre porosidade e condutividade térmica em diferentes condições de umidade	78
Figura 65 - Comparação entre os resultados obtidos em diferentes umidades.....	79
Figura 66 - Representação do aparato montado para calibrar o sensor de fluxo de calor	88
Figura 67 - Relação entre a tensão medida e o fluxo de calor nos dois HSF utilizados.....	89
Figura 68 - Comparação entre os valores medidos e os valores reais de fluxo de calor	89
Figura 69 - Variação de T_w ao longo do teste	91
Figura 70 - Variação de q'' ao longo do teste	91

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Principais trabalhos de modelagem matemática.....	5
Tabela 2 - Principais trabalhos de natureza experimental	6
Tabela 3 - Coeficientes da equação (1.7).....	9
Tabela 4 - Resumo dos principais trabalhos sobre condutividade térmica da geada.....	11
Tabela 5 - Constantes da equação (1.12)	12
Tabela 6 - Parâmetros avaliados em cada modelo	17
Tabela 7 - Coeficientes da equação (2.7).....	26
Tabela 8 - Comparação entre os resultados das correlações e os dados experimentais.....	29
Tabela 9 - Condições de teste	42
Tabela 10 - Condições do teste #1 para verificação da repetitividade do equipamento	43
Tabela 11 - Resultados de densidade e condutividade térmica.....	45
Tabela 12 - Coeficientes da equação (2.7) ajustados empiricamente	46
Tabela 13 - Resultados de densidade e condutividade térmica para diferentes velocidades	50
Tabela 14 - Incertezas tipo B associadas aos equipamentos.....	90
Tabela 15 - Dados experimentais dos dados #1 a #9	93
Tabela 16 - Dados dos testes de velocidade	96

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras romanas

A	Parâmetro da equação (1.13)	--
a, b	Coeficientes da correlação própria	--
A _{bc}	Área do bocal	m ²
A _c	Área transversal de coluna de gelo	m ²
a _i , b _i , c _i , d _i	Coeficientes de resolução do TDMA	--
A _{p,e,w,n,s}	Coeficientes utilizados na resolução do balanço de energia	--
A _s	Área da superfície resfriada	m ²
B	Fator de forma da equação (1.21)	--
BL	Parâmetro da equação (1.15)	--
c	Parâmetro da equação (2.12)	--
C	Parâmetro da equação (1.17)	--
c, n	Coeficientes da equação (1.11)	--
c _{1,2,3}	Coeficientes da equação (1.7)	--
C _d	Coeficiente de descarga	--
c _p	Calor específico a pressão constante	J kg ⁻¹ K ⁻¹
D	Dimensão fractal	--
d ₁ , d ₂ , d ₃	Constantes da equação (1.12)	
D _f	Difusividade do vapor na camada de geada	m ² s ⁻¹
D _h	Diâmetro hidráulico	m
D _v	Difusividade do vapor de água no ar	m ² s ⁻¹
E, F	Parâmetros da equação (1.16)	--
E _x	Erro associado à propriedade x	--
Fo	Número de Fourier	--
h	Coeficiente de transferência de calor	W m ⁻² K ⁻¹
h _m	Coeficiente de transferência de massa	kg s ⁻¹ m ⁻²
h _s	Distância a partir da placa resfriada	M
i _{sv}	Calor latente desublimação	J kg ⁻¹
k	Condutividade térmica	W m ⁻¹ K ⁻¹
L	Comprimento do substrato onde a geada é depositada	m
L _c	Altura da coluna de gelo	m
Le	Número de Lewis	--
M	Massa de geada	kg
m"	Fluxo de massa	kg s ⁻¹ m ⁻²
m" _a	Fluxo mássico de adensamento	kg s ⁻¹ m ⁻⁴

m''_c	Fluxo mássico de crescimento	$\text{kg s}^{-1}\text{m}^{-3}$
MM	Massa molar	kg kmol^{-1}
N	Número de elementos	--
Nu	Número de Nusselt	--
p	Pressão	Pa
Pr	Número de Prandtl	--
q	Calor transferido por unidade de tempo	W
q'	Calor transferido por unidade de tempo e de comprimento	W m^{-1}
q''	Fluxo de calor	W m^{-2}
R	Resistência ao fluxo de calor	$\text{m}^2 \text{K W}^{-1}$
r	Rugosidade	--
r_c	Raio da coluna de gelo	m
Re	Número de Reynolds	--
Re_c	Número de Reynolds crítico	--
R_v	Constante dos gases do vapor d'água	$\text{J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$
S	Termo fonte	--
Sc	Número de Schmidt	--
Sh	Número de Sherwood	--
T	Temperatura	K
t	Tempo	s
u	Incerteza	--
u_a	Velocidade do ar	m s^{-1}
$u_{i,j}$	Posição ocupada por gelo ou ar	--
V	Volume	m^3
\dot{V}	Vazão	$\text{m}^3.\text{s}^{-1}$
x	Eixo das abcissas	--
y	Eixo das ordenadas	--
Y	Coeficiente de expansão do bocal	--
y_i	Valor experimental	--
\hat{y}_i	Valor ajustado	--
\bar{y}_i	Valor médio	--

Letras gregas

α	Difusividade térmica	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
α_p	Relação adimensional de pressão	--
β_b	Relação de contração do bocal	--
δ_f	Espessura da geada	m
ΔT_{sup}	Grau de super-resfriamento	K

$\delta x, \delta y$	Incremento espacial nas direções x e y	m
$\Delta x, \Delta y$	Tamanho do volume de controle nas direções x e y	m
$\Delta \omega_{\text{sup}}$	Grau de supersaturação	$\text{kg}_{\text{água}} \text{kg}_{\text{ar}}^{-1}$
ε	Porosidade da geada	--
ζ	Relação adimensional de condutividade	--
θ	Ângulo de contato	rad
Λ	Número de Jakob modificado	--
μ	Viscosidade absoluta	Pa.s
ξ	Fator associativo da equação (1.20)	--
ρ	Densidade	kg m^{-3}
σ	Desvio padrão	--
ϕ	Umidade relativa do ar	--
ω_a	Umidade absoluta do ar	$\text{kg}_{\text{água}} \text{kg}_{\text{ar}}^{-1}$
ω_{sat}	Umidade absoluta do ar saturado	$\text{kg}_{\text{água}} \text{kg}_{\text{ar}}^{-1}$

Subscritos

0	Estado de referência
a	Ar úmido
atm	Atmosférica
cg	Congelamento da água
cond	Condutiva
conv	Convectiva
dew	Ponto de orvalho
dif	Difusão mássica
E, e	Leste
eff	Efetiva
f	Geada
fs	Superfície da geada
g	Média geométrica
i	Gelo
i, j	Posição na linha e na coluna
inf	Inferior
lat	Latente
m	Média
max	Máximo
min	Mínimo
N, n	Norte
p	Associação em paralelo

s	Associação em série
S, s	Sul
sat	Condição de saturação
sen	Sensível
sup	Superior
t	Total
tp	Ponto triplo
v	Vapor d'água
w	Superfície da placa
W, w	Oeste

Siglas

DLA	<i>Diffusion Limited Aggregation</i> (Difusão por agregação limitada)
EPS	Poliestireno estendido
HFS	<i>Heat Flux Sensor</i> (Sensor de fluxo de calor)
PID	Proporcional-Integral-Derivativo
PU	Poliuretano
RMS	<i>Root Mean Square</i> (Erro quadrático médio)
TDMA	<i>Tri-Diagonal Matrix Algorithm</i> (Algoritmo de matriz tri-diagonal)

SUMÁRIO

RESUMO.....	iv
ABSTRACT	v
LISTA DE FIGURAS	vi
LISTA DE TABELAS.....	ix
LISTA DE SÍMBOLOS.....	x
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 FORMAÇÃO DE GELO E GEADA.....	1
1.2 CRESCIMENTO DA GEADA	4
1.3 DENSIDADE DA GEADA	8
1.4 CONDUTIVIDADE TÉRMICA DA GEADA	10
1.5 MORFOLOGIA DA GEADA.....	17
1.6 OBJETIVOS E METODOLOGIA	18
1.7 ESTRUTURA DO DOCUMENTO	19
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	20
2.1 CONDUTIVIDADE TÉRMICA DE MEIOS POROSOS.....	20
2.2 CORRELAÇÃO SEMI-EMPÍRICA.....	23
2.3 ANÁLISE DAS ESCALAS.....	23
3 CONDUTIVIDADE TÉRMICA DA GEADA EM PLACA PLANA.....	26
3.1.1 Propagação de erros.....	29
4 TRABALHO EXPERIMENTAL.....	31
4.1 APARATO EXPERIMENTAL	31
4.2 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL	36
4.2.1 Determinação da Condutividade Térmica Experimental	39
4.3 PLANEJAMENTO EXPERIMENTAL.....	41
4.4 RESULTADOS EXPERIMENTAIS	42
4.4.1 Repetitividade da bancada.....	42
4.4.2 Determinação da condutividade térmica	44
4.4.3 Influência da velocidade do ar.....	50

4.5	SÍNTESE DA ETAPA EXPERIMENTAL	52
5	MODELO DE FORMAÇÃO DA GEADA	53
5.1	GEOMETRIA FRACTAL	53
5.1.1	Dimensão fractal.....	53
5.1.2	DLA.....	54
5.1.3	Dimensão fractal no DLA	55
5.2	MODELO PROPOSTO	56
5.2.1	Avaliação do meio poroso formado.....	59
5.2.2	Determinação da condutividade térmica	63
5.3	VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL	68
5.4	REPETITIVIDADE DA SIMULAÇÃO	70
5.5	INFLUÊNCIA DA TEMPERATURA DO SUBSTRATO	71
5.6	INFLUÊNCIA DAS PROPRIEDADES DO AR (T_a e ω_a)	75
5.6.1	Temperatura do ar.....	76
5.6.2	Umidade do ar	78
5.7	SÍNTESE DA ETAPA COMPUTACIONAL	79
6	CONCLUSÕES	80
6.1	RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	81
7	REFERÊNCIAS	82
	APÊNDICE I - DETERMINAÇÃO DA VELOCIDADE DO AR	87
	APÊNDICE II - CALIBRAÇÃO DO SENSOR DE FLUXO DE CALOR.....	88
	APÊNDICE III - ESTIMATIVA DAS INCERTEZAS.....	90
	APÊNDICE IV - MATRIZ DE DADOS EXPERIMENTAIS	93
	APÊNDICE V - MÉTODO TDMA LINHA POR LINHA.....	97

1 INTRODUÇÃO

1.1 FORMAÇÃO DE GELO E GEADA

A geada consiste em um meio poroso, composto de cristais de gelo e ar úmido e formado através da transferência de vapor d'água contido no ar para uma superfície. Em virtude de sua natureza porosa, a geada apresenta densidade e condutividade térmica muito inferiores às do gelo (cerca de duas ordens de grandeza de diferença). Tais características fazem com que a geada seja mais prejudicial que o gelo em diversas aplicações de engenharia, como, por exemplo, ao se formar na superfície de evaporadores em sistemas de refrigeração, como mostra a Figura 1.

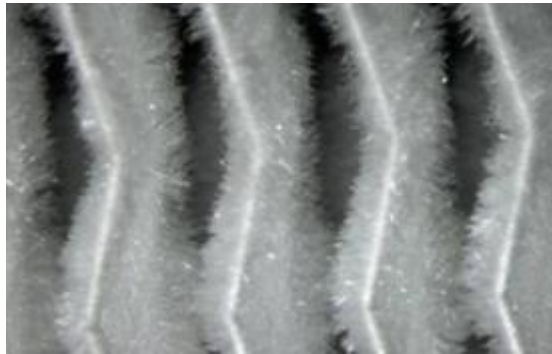


Figura 1 - Geada formada na superfície de um evaporador (SILVA, 2012)

Uma vez que, para uma mesma massa, a geada ocupa um volume maior que o gelo, a formação de geada oferece uma maior restrição ao escoamento de ar, o que, juntamente com a sua baixa condutividade térmica, diminui a capacidade de refrigeração do equipamento (SILVA, 2012). A Figura 2 mostra as duas formas, gelo e geada, onde se pode diferenciar as estruturas sólida do gelo e porosa da geada.

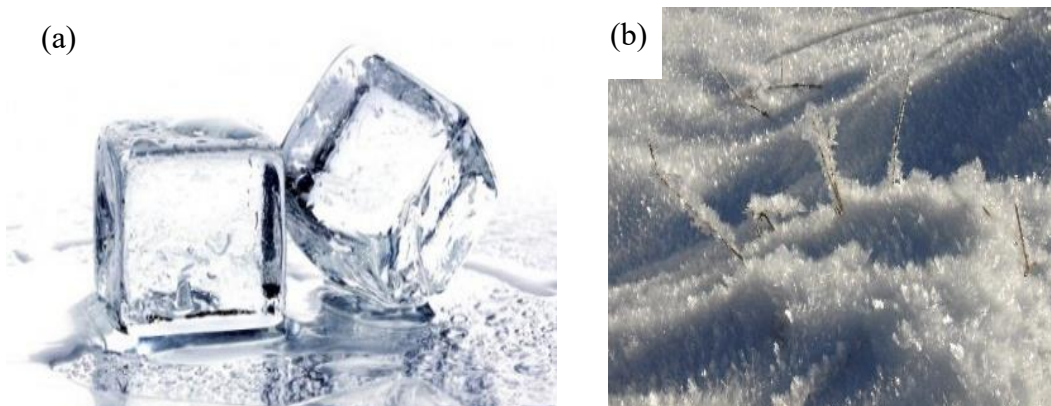


Figura 2 - Gelo (a) e geada (b)

A Figura 3 representa o diagrama de fases da água, onde se verifica a transformação ocorrida na formação de geada (processo II), em que há dessublimação do vapor de água, e na formação de gelo (processo I), que ocorre quando há condensação do vapor seguida de congelamento (PIUCCO, 2008).

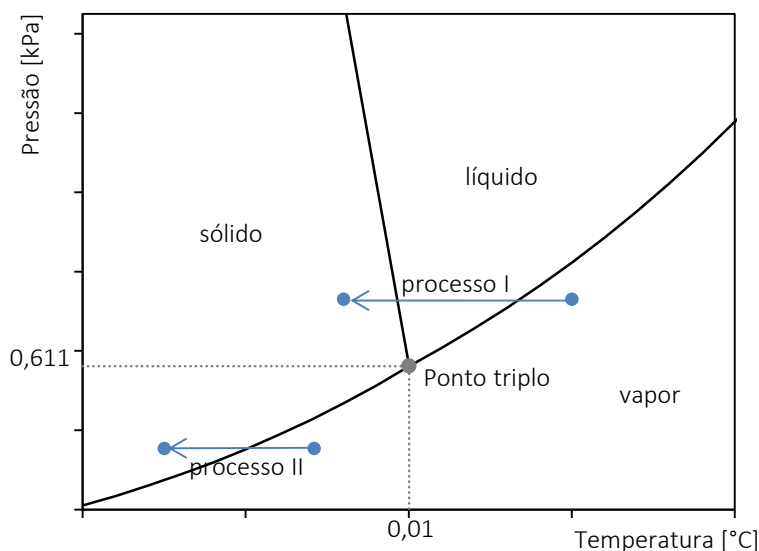


Figura 3 - Diagrama de fases da água

O processo de mudança de fase pode ocorrer de duas maneiras. Quando não há contato do vapor com qualquer tipo de substrato, a mudança de fase é dita homogênea. Isso ocorre, por exemplo, quando o vapor congela formando flocos de neve ou então quando há condensação na atmosfera formando névoa. Já quando há interação com algum substrato (como uma superfície ou mesmo grãos de poeira) a mudança é dita heterogênea, o que ocorre, por exemplo, quando há formação de orvalho ou geada sobre a superfície de plantas ou então sobre as superfícies resfriadas em um refrigerador (PIUCCO, 2008).

A formação de uma camada de geada pode ser dividida em três etapas: nucleação, crescimento e adensamento (FLETCHER, 1970). Entretanto, a partir do momento que se inicia a nucleação, os outros dois processos são também deflagrados, tal que os três passam a ocorrer simultaneamente à medida que a geada se forma.

A nucleação é o resultado da sequência de processos psicrométricos esquematizada na Figura 4. Primeiramente, o vapor d'água, a uma temperatura T_a , ao encontrar uma superfície mais fria, a uma temperatura T_w , resfria-se até o ponto de orvalho (processo A-A'). Devido às tensões superficiais que atuam sobre o embrião, uma grande quantidade de energia precisa ser removida para que a mudança de fase ocorra. Desse modo, o resfriamento continua (processo A'-B), numa situação de equilíbrio metaestável. Esse resfriamento adicional é denominado

grau de super-resfriamento (ΔT_{sup}) e a umidade excedente nessa situação metaestável é chamada de supersaturação ($\Delta \omega_{\text{sup}}$) (PIUCCO, 2008). Assim que o equilíbrio é rompido, inicia-se a mudança de fase (processo B-C). Embora sejam considerados processos distintos, o resfriamento e a mudança de fase ocorrem simultaneamente durante todo o processo de formação da geada (FLETCHER, 1970).

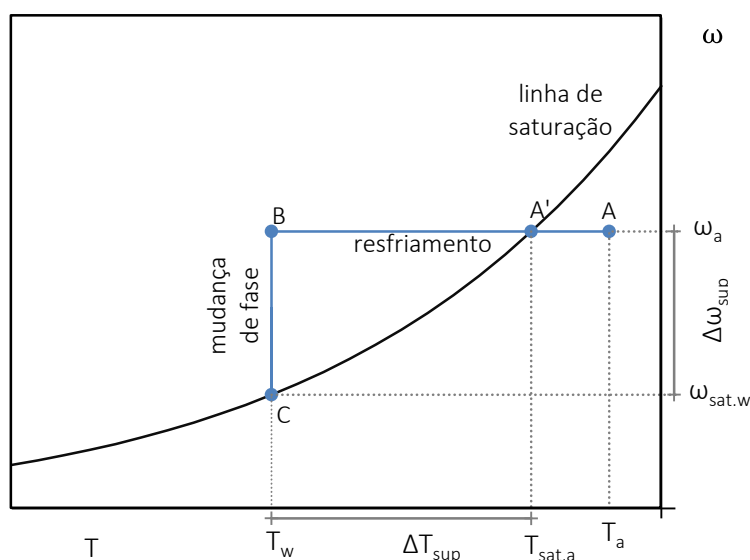


Figura 4 - Representação da formação da geada na carta psicrométrica (adaptado de PIUCCO, 2008)

Uma vez que a nucleação é deflagrada, passam a ocorrer também os processos de crescimento, devido à adição de novas moléculas de vapor que vão se solidificando sobre o meio, e de adensamento, por meio da difusão do vapor d'água no interior do meio.

Devido ao processo contínuo de nucleação, crescimento e adensamento, forma-se um meio poroso que pode adquirir diferentes características de acordo com as condições psicrométricas e de superfície. Um exemplo dessas diferenças pode ser observado na Figura 5, que retrata o estudo pioneiro de Kobayashi (1958) sobre a morfologia dos cristais de gelo de acordo com a temperatura da superfície e o grau de supersaturação. Ressalta-se que esta é apenas a morfologia preferencial encontrada em cada região, pois todas as morfologias podem ser encontradas em todas as regiões.

Por possuir morfologias distintas, a geada formada pode ter propriedades diferentes, de acordo com a sua forma. Um exemplo bastante visível é a porosidade: a geada na forma de placa é mais compacta que na forma de dendritas, o que influi diretamente na densidade da geada e, conseqüentemente, na condutividade térmica.

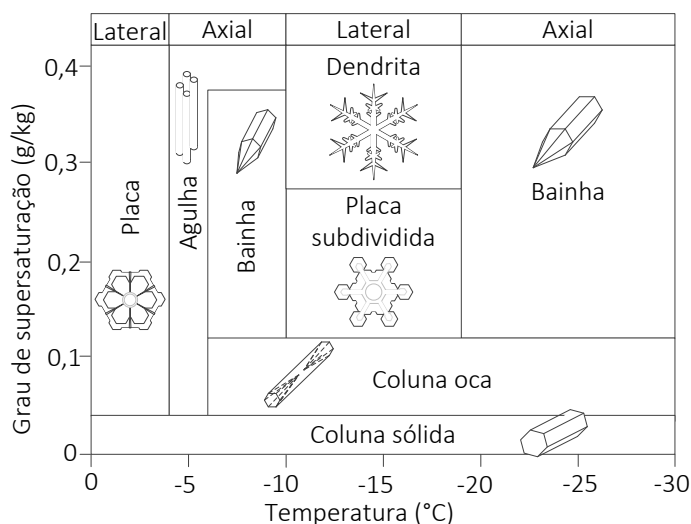


Figura 5 - Morfologia da geada em função do grau de supersaturação e da temperatura de superfície (adaptado de KOBAYASHI, 1958)

Devido à natureza porosa da geada, a maioria dos modelos empíricos para as propriedades termofísicas da geada utiliza como base a densidade, que se relaciona diretamente com a porosidade do meio.

Como cada morfologia possui características diferentes, um estudo abrangente sobre a formação e as propriedades da geada deve incluir dados experimentais nas várias faixas de temperatura indicadas na Figura 5, para garantir que os valores encontrados experimentalmente sejam representativos das diferentes morfologias de geada.

1.2 CRESCIMENTO DA GEADA

Diversos trabalhos têm sido publicados sobre formação da geada em superfícies simples (placas planas, cilindros e canais) e complexas (evaporadores aletados), tanto de natureza teórica quanto computacional.

Um dos primeiros trabalhos de modelagem foi o de O'Neal (1982), que desenvolveu um modelo teórico baseado nas equações de conservação da massa, energia e quantidade de movimento para prever o crescimento e adensamento da geada em canais de placas planas paralelas. O modelo utiliza dados empíricos para as propriedades do ar úmido e da geada, tais como a difusividade do vapor d'água no ar e a tortuosidade da geada. Tal modelo necessita de condições iniciais de espessura e de densidade da geada.

Nos anos seguintes, diversos trabalhos foram desenvolvidos, utilizando como base as equações fundamentais de conservação de massa, energia e quantidade de movimento. A

Tabela 1 traz um apanhado geral dos modelos desenvolvidos em geometrias mais simples, com o objetivo de avançar o conhecimento acerca dos fenômenos físicos envolvidos no processo. Verifica-se que todos os modelos consideram a geada como um meio poroso homogêneo com propriedades constantes.

Tabela 1- Principais trabalhos de modelagem matemática

Autor	Origem	Abordagem	Geometria	Condição inicial		Validação
				δ_f (mm)	ρ_f (kg/m ³)	
O'Neal (1982)	EUA	Analítica	Canal	0,05	40	
Sami e Duong (1989)	Canadá	Analítica	Placa plana			X
Tao <i>et al.</i> (1993)	Canadá	Analítica	Placa plana	0,1	92,84	X
Le Gall e Grillot (1997)	França	Numérica	Placa plana	0,1	25	X
Lee <i>et al.</i> (1997)	Coréia S.	Analítica	Placa plana			X
Ismail e Salinas (1999)	Brasil	Numérica	Placa plana	2.9	Mao <i>et al.</i> (1999)	X
Lüer e Beer (2000)	Alemanha	Numérica	Canal		Variável	
Cheng e Cheng (2001)	China	Semi-Empírica	Placa plana		Hayashi <i>et al.</i> (1997)	X
Lee (2003)	Coréia S.	Analítica	Placa plana	0.02	40	X
Na e Webb (2004)	EUA	Numérica	Placa plana	0.02	30	X
Yang e Lee (2005)	Coréia S.	Numérica	Canal	0.02	Variável	X
Lenic <i>et al.</i> (2009)	Croácia	Numérica	Canal	0.02	30	X
Hermes <i>et al.</i> (2009)	Brasil	Semi-Empírica	Placa plana	0.001	Correlação própria	X
Cui <i>et al.</i> (2011)	China	Numérica	Canal	0	Modelo nucleação	X
Hermes (2012)	Brasil	Analítica	Placa plana	0.001	Hermes <i>et al.</i> (2011)	X
Loyola <i>et al.</i> (2014)	Brasil	Numérica	Canal / Placa plana	0,001	Nascimento <i>et al.</i> (2014)	X

Além dos trabalhos de modelagem matemática, estudos de natureza experimental têm sido desenvolvidos, envolvendo diversos parâmetros de influência, como densidade (ρ_f), massa depositada (M), velocidade do ar (u_a), temperatura da superfície (T_w), temperatura do ar (T_a), umidade do ar (ω_a), ângulo de contato (θ) e rugosidade (r).

Tais trabalhos geraram correlações com o objetivo de prever as propriedades do meio poroso formado (como espessura, temperatura superficial, densidade e condutividade térmica). A Tabela 2 mostra os principais trabalhos experimentais desenvolvidos nos últimos anos, bem como os parâmetros envolvidos em cada estudo.

Tabela 2 - Principais trabalhos de natureza experimental

Autor	Origem	Variáveis medidas							
		δ_f	M	u_a	T_w	T_a	ω_a	θ	r
Cheng e Shiu (2002)	Taiwan	X		X	X	X	X		
Na e Webb (2003)	EUA				X	X	X	X	
Lee <i>et al.</i> (2004)	Coréia S.	X	X	X	X	X	X	X	
Lee <i>et al.</i> (2005)	Coréia S.	X	X	X	X	X	X	X	
Liu <i>et al.</i> (2006)	China	X			X	X	X	X	
Wu <i>et al.</i> (2007)	China	X			X	X	X		
Piucco <i>et al.</i> (2011)	Brasil	X	X	X	X	X	X	X	X
Nascimento <i>et al.</i> (2014)	Brasil	X	X	X	X	X	X		
Trabalho atual	Brasil	X	X	X	X	X	X		

De modo geral, a formação de uma camada de geada sobre uma superfície plana é modelada com base nas seguintes hipóteses simplificativas (HERMES *et al.*, 2009):

- (i) os processos de transferência de calor e massa são considerados quase estáticos e unidimensionais;
- (ii) o ar úmido é considerado uma mistura de gases ideais, já que a pressão parcial do vapor d'água é baixa em relação à pressão atmosférica. Assim as propriedades podem ser estimadas com base na psicrometria;
- (iii) a espessura da camada de geada é uniformemente distribuída ao longo da placa;
- (iv) a pressão do ar é uniforme dentro e fora da camada de geada;
- (v) a analogia de Lewis para a camada limite é aplicável.

Os modelos para o crescimento e o adensamento de uma camada de geada existentes na literatura tem sido formulados com base no balanço de massa na camada de geada, representado na Figura 6, descrito pela equação a seguir:

$$m'' = \frac{d}{dt} \int_0^{\delta} \rho_f(y) dy = \rho_f \frac{d\delta}{dt} + \delta_f \frac{d\rho_f}{dt} \quad (1.1)$$

onde $m'' = h_m(\omega_a - \omega_f)$ é o fluxo de massa de vapor do ar úmido dessublimado para o meio poroso, sendo que uma parte da massa promove o crescimento (m''_c), e outra parte promove o adensamento (m''_a), ρ_f é a densidade média da camada de geada de espessura δ_f , e h_m é o coeficiente convectivo de transferência de massa.

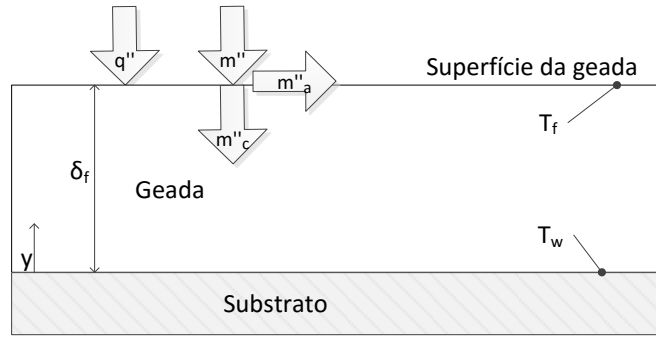


Figura 6 - Representação esquemática do modelo (adaptado de HERMES, 2012)

Além do balanço global de massa, balanços de massa de vapor d'água e energia ao longo da camada de geada são necessários. Aplicando-se o princípio da conservação de energia, tem-se que a variação do fluxo de calor sensível ao longo da espessura da camada de geada é igual à taxa com que o vapor d'água sofre dessublimação (LOYOLA *et al.*, 2014):

$$\frac{dq''}{dy} + \frac{dm''}{dy} i_{sv} = 0 \quad (1.2)$$

onde q'' é o fluxo de calor sensível, i_{sv} é o calor latente de dessublimação e y é a direção de crescimento. Através do princípio de conservação de massa, pode-se chegar à evolução temporal da densidade da geada:

$$\frac{dm''}{dy} = -\frac{d\rho_f}{dt} \quad (1.3)$$

A variação temporal do fluxo de massa de vapor d'água é obtida aplicando-se o princípio de conservação da massa (LOYOLA *et al.*, 2014). Através das leis de Fick e de Fourier para difusão de massa e calor, respectivamente, no interior do meio poroso, chega-se à concentração de vapor d'água (umidade) e também à distribuição de temperatura ao longo da camada de geada:

$$D_f \frac{d^2\omega}{dy^2} = \frac{d\rho_f}{dt} \quad (1.4)$$

$$k_f \frac{d^2T}{dy^2} = -\frac{d\rho_f}{dt} i_{sv} \quad (1.5)$$

onde D_f é a difusividade efetiva de vapor d'água no ar dentro da geada enquanto k_f é a condutividade térmica efetiva da camada, sendo ambos dependentes da densidade do meio, ρ_f , ω é a umidade absoluta do ar e T é a temperatura.

Considerando-se a superfície da placa impermeável ($d\omega/dy = 0$ em $y = 0$) e assumindo uma condição de saturação na superfície da geada, $\omega(y = \delta_f) = \omega_{\text{sat}}(T_f)$, a equação de conservação da massa pode ser resolvida. A equação de conservação da energia, por sua vez, é resolvida considerando-se a temperatura da placa prescrita e uniforme, ou seja, $T(y = 0) = T_w$, bem como a condição de continuidade do fluxo de calor na superfície da geada:

$$k_f \left. \frac{dT}{dy} \right|_{y=\delta_f} = q'' + \rho_f \frac{d\delta}{dt} i_{sv} \quad (1.6)$$

onde $q'' = h(T_a - T_s)$ é o fluxo de calor da corrente de ar para a camada de geada.

A formulação apresentada, que permite o cômputo da espessura da camada de geada ao longo do tempo, $\delta_f(t)$, a partir da solução da equação (1.1), requer que se conheça, de antemão, as propriedades termofísicas do meio poroso, particularmente a densidade e a condutividade térmica da geada, que dependem fortemente da morfologia dos cristais, que por sua vez está relacionada com as condições de operação (representadas na Figura 5). Assim, para o fechamento do sistema de equações, são necessárias informações adicionais para a densidade e a condutividade térmica da geada, as quais são geralmente obtidas de correlações empíricas.

1.3 DENSIDADE DA GEADA

Uma das mais importantes correlações para a densidade da geada foi proposta em 1977, por Hayashi, com base na temperatura da superfície. Seu modelo foi usado como referência para diversos trabalhos posteriores, como os de Hermes *et al.* (2009), Knabben *et al.* (2011) e Silva *et al.* (2011), que adicionaram um segundo coeficiente, aprimorando a correlação para a seguinte forma:

$$\rho_f = c_1 \exp(c_2 T' + c_3 T'') \quad (1.7)$$

onde ρ_f é a densidade da geada, $c_{1,2,3}$ são coeficientes ajustados empiricamente, e as temperaturas T' e T'' são escolhidas em função de cada modelo adotado. Por terem sido desenvolvidas em condições específicas de temperatura da superfície, essas correlações têm aplicação limitada. A Tabela 5 indica os coeficientes ajustados, onde T_{fs} é a temperatura da superfície da geada, T_w é a temperatura da superfície resfriada e T_{dew} é a temperatura de orvalho do ar úmido.

Tabela 3 - Coeficientes da equação (1.7)

Autor	c ₁	c ₂	c ₃	T'	T''	Aplicação
Hayashi (1977)	480	0,277	0	T _{fs}	0	-18,6°C < T _f < -5°C
Hermes <i>et al.</i> (2009)	207,3	0,2664	-0,06148	T _{fs}	T _w	-15°C < T _w < -5°C
Knabben <i>et al.</i> (2011)	492,9	0,053	-0,053	T _w	T _{dew}	T _w ~ -25°C
Silva <i>et al.</i> (2011)	480	0,11	-0,061	T _{fs}	T _{dew}	T _w ~ -10°C

Mao *et al.* (1992) propuseram uma correlação de base empírica, envolvendo parâmetros adimensionais, descrita a seguir:

$$\frac{\rho_f}{\rho_i} = 5,559 \times 10^{-5} \left(\frac{\delta_f}{L} \right)^{-0,137} \omega_a^{-0,413} Re^{0,715} Fo^{0,252} \left(\frac{T_{tp} - T_w}{T_a - T_w} \right)^{-0,997} \quad (1.8)$$

onde ρ_i é a densidade do gelo, δ é a espessura da geada, L é a distância horizontal da placa, ω_a é a umidade absoluta da corrente de ar, Re é o número de Reynolds, Fo é o número de Fourier, T_{tp} é a temperatura do ponto triplo da água. A correlação é válida somente para a faixa de temperaturas $-15^\circ\text{C} < T_w < -5^\circ\text{C}$.

Esse mesmo modelo foi revisitado por Yang e Lee (2004), com uma pequena mudança nos parâmetros ajustados experimentalmente para se adequar a outra faixa de temperaturas ($-35^\circ\text{C} < T_w < -15^\circ\text{C}$), adquirindo a seguinte forma:

$$\frac{\rho_f}{\rho_i} = 1,54 \times 10^{-4} \omega_a^{-0,369} Re^{0,351} Fo^{0,311} \left(\exp \left(\frac{T_{tp} - T_w}{T_a - T_w} \right) \right)^{2,4} \quad (1.9)$$

Tanto o modelo de Mao *et al.* (1992) quanto o de Yang e Lee (2004) se limitam às condições de operação nas quais os dados foram ajustados.

Kandula (2012) propôs a seguinte correlação para a densidade da geada:

$$\frac{\rho_f}{\rho_i} = 0,5 \left(\frac{T_f - T_w}{T_{cg} - T_w} \right) \exp \left(- \left(0,376 + 1,5 \left(1 - \left(\frac{T_t - T_w}{T_a - T_w} \right) \right) \right) \right) \left(1 - \sqrt{\frac{Re}{Re_c}} \right) \quad (1.10)$$

onde T_f é a temperatura da geada, T_{cg} é a temperatura de congelamento da água e Re_c é o número de Reynolds de transição entre os regimes laminar e turbulento ($Re_c \sim 10^5$).

Recentemente, Nascimento *et al.* (2014) conduziram um estudo teórico-experimental dos processos de crescimento e adensamento de geada em canais formados por placas paralelas isotérmicas e obteve um modelo que prevê de forma bastante satisfatória ($\pm 15\%$ de erro) a densidade para uma ampla faixa de operação:

$$\frac{\rho_f}{\rho_i} = c \left(\frac{c_p(T_{dew} - T_w)}{i_{sv}(\omega_a - \omega_{sat}(T_w))} \right)^{-n} t^{1/2} \quad (1.11)$$

onde c_p é o calor específico do ar úmido, T_{dew} é a temperatura de orvalho do ar úmido, i_{sv} é o calor latente de dessublimação do gelo, e $\omega_{\text{sat}}(T_w)$ é a umidade absoluta do ar saturado na temperatura da superfície resfriada, os coeficientes “c” e “n” são determinadas experimentalmente. No caso de placa plana, $n=3/2$ e $c=0,0024$, e em canal de placas paralelas, $n=3/4$ e $c=0,0022$. Mesmo necessitando de coeficientes empíricos, a correlação de Nascimento *et al.* (2014) carrega consigo uma base física bastante consistente, pois foi desenvolvida a partir da análise das escalas do problema, tal que $\rho_f \sim t^{1/2}$, que é próprio dos fenômenos dominados pela difusão (HERMES, 2012).

1.4 CONDUTIVIDADE TÉRMICA DA GEADA

Em adição aos trabalhos com foco na densidade da geada, estudos teórico-experimentais foram conduzidos a fim de prever a condutividade térmica da geada. Diferentes correlações, tanto teóricas quanto empíricas, foram desenvolvidas ao longo do tempo, como mostra a Tabela 4. Porém, apesar da literatura apresentar diversas correlações para a condutividade térmica, ainda não há um modelo definitivo que possa ser usado em uma ampla faixa de operações.

Yonko e Sepsy (1967) devolveram uma correlação para a condutividade térmica da geada como uma função polinomial de segunda ordem em função da densidade da geada. Porém, seus próprios dados experimentais apresentavam uma grande dispersão, indicando que outros parâmetros além da densidade deveriam ser considerados. A correlação por eles desenvolvida influenciou trabalhos muito posteriores, como os de Ostin e Andersson (1990) e Sturm *et al.* (1997), que também ajustaram funções polinomiais quadráticas, na seguinte forma:

$$k_f = d_1 + d_2\rho_f + d_3\rho_f^2 \quad (1.12)$$

onde ρ_f é a densidade de geada, k_f é a sua condutividade térmica e os coeficientes $d_{1,2,3}$ estão reunidos na Tabela 5.

Tabela 4 - Resumo dos principais trabalhos sobre condutividade térmica da geada

Autor	Origem	Modelo de k	Modelo de geada	Geometria	Parâmetros do modelo	Faixa de aplicação
Yonko e Sepsy (1967)	EUA	Empírico	Partículas esféricas	Placa plana	Densidade	$\rho_f < 573$
Pitman e Zuckerman (1967)	EUA	Semi-teórico	Esferas e cilindros	Placa plana	Condutividade do ar e do gelo	$T_w \approx -88, -27 \text{ e } -5^\circ\text{C}$
Brian <i>et al.</i> (1969)	EUA	Empírico	--	Placa plana	Densidade e temperatura	$50 < \rho_f < 130$
Biguria e Wenzel (1970)	EUA	Teórico	Partículas esféricas	Placa plana	Densidade	$50 < \rho_f < \rho_i$
Dietenberger (1983)	EUA	Semi-teórico	Esferas e cilindros	Placa plana	Densidade	$\rho_a < \rho_f < \rho_i$
Auracher (1986)	Alemanha	Teórico	Partículas esféricas	Placa plana	Densidade e temperatura	$100 < \rho_f < 600$
Ostin e Anderson (1990)	Suécia	Empírico	--	Canal de placas	Densidade	$50 < \rho_f < 680$
Lee <i>et al.</i> (1997)	Coréia do Sul	Empírico	Cilindros	Placa plana	Densidade e temperatura	$50 < \rho_f < 400$
Sturm <i>et al.</i> (1997)	EUA	Empírico	---	Placa plana	Densidade	$\rho_f < 600$
Şahin (2000)	Arábia Saudita	Semi-teórico	Cilindros	Placa plana	Fatores que afetam densidade	$\rho_f < 250$
Yang e Lee (2004)	Coréia do Sul	Semi-teórico	---	Placa plana	Propriedades do ar	$-35 < T_a < -10$
Na e Webb (2004)	EUA	Semi-teórico	Cilindros e placas	Placa plana	Densidade	$\rho_f < 400$
Kandula (2010)	EUA	Teórico	Cilindros	Placa plana	Porosidade e condutividade do ar	$\varepsilon > 50\%$

Tabela 5 - Constantes da equação (1.12)

Autor	d ₁	d ₂	d ₃
Yonko e Sepsy (1967)	0,02422	7,214.10 ⁻²	1,1797.10 ⁻⁶
Ostin e Anderson (1990)	-0,00871	4,39.10 ⁻²	1,05.10 ⁻⁶
Sturm <i>et al.</i> (1997) (156 < ρ _f < 600)	0,138	-1,01	3,233
Sturm <i>et al.</i> (1997) (ρ _f < 156)	0,023	0,234	--

Pitman e Zuckerman (1967) avançaram em uma correlação semi-empírica assumido os cristais de gelo como pequenas esferas ligadas entre si por cilindros de gelo. As previsões da correlação foram comparadas com dados experimentais para temperaturas de superfície de -88, -27 e -5°C, não abrangendo, portanto, as regiões de crescimento axial entre -19 e -10°C observadas na Figura 5. A correlação desenvolvida é a seguinte:

$$\frac{1}{k_f} = \frac{1 - r_c}{(k_i - k_a)A_c + k_a} + \frac{4 \ln(A + 1) / (A - 1)}{A 2\pi r (k_i - k_a)} \quad (1.13a)$$

onde k_a e k_i são a condutividade térmica do ar e do gelo, respectivamente, r é o raio das esferas e A_c é a área transversal dos cilindros. O parâmetro A é definido como:

$$A = \left\{ 1 + \frac{4}{\pi[(k_i/k_a) - 1]r_c^2} \right\}^{1/2} \quad (1.13b)$$

Alguns anos depois, Brian *et al.* (1969) perceberam que a densidade e a temperatura de superfície são os principais fatores independentes que afetam a condutividade térmica da geada, chegando à seguinte correlação empírica baseada em seus próprios dados experimentais:

$$k_f = 2,401 \times 10^{-5} T_w^{1,272} + 3,921 \times 10^{-8} \rho_f T_w^{1,74} \quad (1.14)$$

onde T_w é a temperatura da superfície em [K], ρ_f é a densidade da geada em [kg m⁻³] e k_f a condutividade térmica da geada em [W m⁻¹K⁻¹].

Um ano depois, Biguria e Wenzel (1970) desenvolveram modelos para prever a condutividade térmica efetiva da geada em função da densidade e baseados nas diversas morfologias (esferas, placas, colunas, agulhas). Eles chegaram à conclusão que nenhum dos modelos teóricos era capaz de prever os dados experimentais de forma satisfatória usando a densidade como único parâmetro. Para melhorar seus modelos, eles incluíram outros parâmetros-chave de transferência de calor e massa, chegando à seguinte correlação empírica:

$$\begin{aligned}
k_f = & -0.23376438 + 1.0342876 \times 10^{-4} T_w^{1.3} + 18.007637 \omega_a + 3.5719847 \times 10^{-4} u_a + \\
& + 6.2047771 \times 10^{-4} t - 8.9475394 \times 10^{-5} t^2 + 1.0182528 \times 10^{-7} t^3 + \\
& + 2.6084586 \times 10^{-8} t^4 - 4.2023418 \times 10^{-2} \omega_a T_w + 0.11349924 t \omega_a + \\
& + 1.0859212 \times 10^{-2} BL + 2.1232614 \times 10^{-5} u_a t - 2.6856724 \times 10^{-5} T_w BL
\end{aligned} \quad (1.15)$$

onde ω_a é a umidade relativa da corrente de ar em $[\text{kg}_{\text{H}_2\text{O}} \text{ kg}_{\text{air}}^{-1}]$, u_a é a sua velocidade em $[\text{ft s}^{-1}]$, t é o tempo em [minutos], T_w é a temperatura da superfície em [R] e BL é um parâmetro binário (-1 ou 1) que depende do regime de escoamento. De acordo com Biguria e Wenzel (1970), a equação (1.15) é capaz de prever seus próprios dados experimentais com uma margem de $\pm 25\%$ de erro.

Dietenberger (1983) desenvolveu um modelo semi-empírico para estimar a condutividade térmica da geada considerando duas estruturas: a baixas densidades há uma mistura aleatória de partículas de gelo cilíndricas e esféricas imersas em ar úmido, e em altas densidades há placas de gelo preenchidas com bolhas de ar úmido. O modelo une as duas estruturas em função da porosidade, ε , como segue:

$$\begin{aligned}
k_f = & \frac{1}{4} \{ (3E - 1)k_{\min} + (3F - 1)k_{\max} + \\
& + [(3E - 1)k_{\min} + (3F - 1)k_{\max}]^2 + 8k_{\min}k_{\max} \}^{\frac{1}{2}}
\end{aligned} \quad (1.16a)$$

onde $F=1-E$, e

$$E = 13,6(E_2 - E_1)(\varepsilon - E_1)^2 \left[1 - \frac{2}{3} \left(\frac{\varepsilon - E_1}{E_3 - E_1} \right) + \left(\frac{\varepsilon - E_1}{E_2 - E_1} \right) + \frac{(\varepsilon - E_1)^2}{2(E_3 - E_1)} \right] \quad (1.16b)$$

$$k_{\max} = (1 - \varepsilon)k_i \left[\frac{1 - 2\varepsilon \left(\frac{1 - k_a/k_i}{2 + k_a/k_i} \right)}{1 + \varepsilon \left(\frac{1 - k_a/k_i}{2 + k_a/k_i} \right)} \right] + \varepsilon[(1 - \varepsilon)k_i + \varepsilon k_a] \quad (1.16c)$$

$$k_{\min} = (1 - \varepsilon) \left[\frac{k_a k_i}{(1 - \varepsilon)k_a + \varepsilon k_i} \right] + \varepsilon k_i \frac{[3 + 2\varepsilon(k_a/k_i - 1)]}{3 - \varepsilon \left(\frac{k_a/k_i - 1}{k_a/k_i} \right)} \quad (1.16d)$$

onde $E_1=0.1726(T_f/273)$, $E_2=0.751$ e $E_3=1.051$. Apesar de sua base teórica, o modelo tende a superestimar os dados experimentais em altas densidades, como observado por Şahin (2000).

O modelo de Auracher (1986) considera que a condutividade térmica é formada pela associação de difusão térmica (k_t) e molecular (k_m):

$$k_f = k_t + k_m \quad (1.17a)$$

A parcela relativa à difusão térmica é uma combinação de resistências térmica em série e em paralelo:

$$\frac{1}{k_t} = \frac{C}{k_s} + \frac{1-C}{k_p} \quad (1.17b)$$

onde k_s e k_p são as condutividades térmicas associadas às resistências em série e em paralelo, respectivamente, e o fator de mistura C é ajustado experimentalmente:

$$C = 0,42(0,1 + 0,995^{\rho_f}) \quad (1.17c)$$

A parcela relativa à difusão molecular é calculada como segue:

$$k_m = 1,958 \times 10^{-9} i_{sv} \left(\frac{\rho_i - \rho_f}{\rho_i - 0,58\rho_f} \right) \exp \left(24,02 - \frac{6145}{T_w} \right) \frac{p_0}{p_{atm}} \left(\frac{T_w}{T_0} \right)^{-1,28} \quad (1.17c)$$

onde i_{sv} é o calor latente de sublimação em $[J \text{ kg}^{-1}]$, ρ_i é a densidade do gelo em $[kg.m^{-3}]$, p_{atm} é a pressão atmosférica em $[bar]$, T_w é a temperatura da superfície em $[K]$, e o subscrito “0” indica o estado de referência (1 bar; 273,16 K).

O modelo proposto por Şahin (2000) para a fase inicial do crescimento da geada se baseia no balanço de energia local e considera a difusão na camada de gelo e a dessublimação do vapor de água. A geada é tratada como colunas de gelo. A condutividade efetiva é expressa como segue:

$$\frac{1}{k_f} = \frac{1}{\delta_f} \int_0^{\delta_f} \frac{1}{k_f(T)} dy \quad (1.18a)$$

$$k_f(T) = 0,131 \cdot 10^{-6} (1 - \varepsilon) \frac{i_{sv} P_{atm} p_0}{T_0^{1,94} R_v^2 T^{1,06}} \exp \left[\frac{i_{sv}}{R_v} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right] + 1,202 \cdot 10^{-3} \varepsilon \rho_i^{0,963} + (1 - \varepsilon) (1,0465 + 0,017T) \cdot 10^{-5} \quad (1.18b)$$

onde ε é a porosidade da geada, p_0 é a pressão de vapor da água à temperatura de referência T_0 (273K), i_{sv} é o calor latente de sublimação, P_{atm} é a pressão atmosférica local e R_v é a constante dos gases para o vapor de água. Seu modelo é capaz de prever a variação de temperatura ao longo do cristal de gelo e a densidade e condutividade térmica da geada nos

primeiros estágios de formação, quando a porosidade do meio poroso ainda  baixa. Porém, seu modelo é limitado às condições de crescimento na forma de colunas, não sendo aplicável para condições de temperatura de superfície tpicas de formações dendríticas ou na forma de placas, isto é, de -25 a -5C, de acordo com o mapa de morfologias ilustrado na Figura 5.

Yang e Lee (2004) propuseram uma correlação empírica adimensional para condutividade térmica com base apenas nas propriedades do ar úmido e nas condições operacionais, como mostrado a seguir:

$$\frac{k_f}{k_i} = 0,01184(\ln Re)^{0,619} Fo^{0,084} \omega_a^{-0,086} \left(\exp \left(\frac{T_a - T_{tp}}{T_a - T_w} \right) \right)^{0,512} \quad (1.19)$$

onde Re é o número de Reynolds, Fo é o número de Fourier, T_a  a temperatura da corrente de ar e T_{tp} é a temperatura do ponto triplo da gua. Apesar de Yang e Lee (2004) reportarem um ajuste com menos de 7% de erro em seus dados experimentais, sua correlação  válida para uma faixa limitada de aplicação, com temperaturas de superfície variando de -35 a -15C e temperaturas da corrente de ar variando de 5 a 15C.

Na e Webb (2004) propuseram uma correlação empírica associando as resistências térmicas máxima (associação em paralelo) e mínima (associação em série):

$$k_f = \xi_f k_p + (1 - \xi_f) k_s \quad (1.20a)$$

onde k_p e k_s são as condutividades associadas às resistências térmicas em paralelo e em série, respectivamente, definidas em Sanders (1974) e o fator associativo ξ foi ajustado experimentalmente para diferentes temperaturas de superfície, cobrindo três diferentes morfologias: colunas ($-4 < T_w < -10$ C), placas ($-21 < T_w < -10$ C), e agulhas ($T_w < -21$ C), de acordo com o mapa de morfologias de Kobayashi (1958) (Figura 5).

$$\xi_f = 0,283 + e^{-0,020\rho_f} \quad -10^\circ\text{C} < T_w < -4^\circ\text{C} \quad (1.20b)$$

$$\xi_f = 0,140 + 0,919e^{-0,0142\rho_f} \quad -21^\circ\text{C} < T_w < -10^\circ\text{C} \quad (1.20c)$$

$$\xi_f = 0,0107 + 0,419e^{-0,00424\rho_f} \quad T_w < -21^\circ\text{C} \quad (1.20d)$$

Em seu recente trabalho, Kandula (2010) incluiu a difusão de vapor e os efeitos turbulentos no modelo de leito fixo poroso de Zehner-Schlunder (1970), resultado num modelo totalmente teórico:

$$\frac{k_f}{k_{adc}} = 1 - \sqrt{1 - \varepsilon} + \frac{2\sqrt{1 - \varepsilon}}{1 - \zeta B} + \left[\frac{(1 - \zeta)B}{(1 - \zeta B)^2} \ln\left(\frac{1}{\zeta B}\right) - \left(\frac{B + 1}{2}\right) - \left(\frac{B - 1}{1 - \zeta B}\right) \right] \quad (1.21a)$$

$$\zeta = \frac{k_{adc}}{k_i} \quad (1.21b)$$

$$B \approx 2,5 \left[\frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \right]^{10/9} \quad (1.21c)$$

onde ζ é uma relação de condutividades adimensional e B é o fator de forma, relacionado com a porosidade ε pela equação (1.21c). k_{adc} é a combinação da condutividade térmica do ar (k_a), da condutividade graças à difusão mássica (k_{dif}) e da convecção turbulenta (k_{ct}):

$$k_{adc} = k_a + k_d + k_c \quad (1.21d)$$

$$k_c = 0,00568u_a \quad (1.21e)$$

$$k_{dif} = i_{sv} \frac{D_v(M_a/M_v)}{R^2 T_f^3} p_{v0} \exp \left[\frac{i_{sv}}{R_v} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_f} \right) \right] \quad (1.21f)$$

onde i_{sv} é o calor latente de sublimação, D_v é a difusividade do vapor de água, M_a e M_v são as massas molares do ar e do vapor de água, respectivamente, R_v é a constante dos gases para o vapor d'água, T_f é a temperatura da geada e p_{v0} é a pressão de vapor à temperatura de referência T_0 . Kandula (2010) também observou que o valor de k_c pode ser aproximado por $k_c \approx k_a$ com resultados satisfatórios. O modelo foi comparado com dados experimentais de terceiros, mostrando-se satisfatório para baixas densidades.

Uma análise criteriosa da literatura revela que, apesar da maioria dos modelos levarem em conta apenas a densidade para a estimativa da condutividade, outros parâmetros devem ser considerados para que previsões mais realistas sejam encontradas. A Tabela 6 explicita quais os parâmetros relacionados à condutividade térmica que foram considerados em cada modelo.

A comparação das diversas correlações propostas indica ainda que, apesar da densidade ser um fator de grande influência sobre a condutividade térmica, ela não pode ser considerada como o único fator e um modelo mais abrangente deve ser elaborado.

Tabela 6 - Parâmetros avaliados em cada modelo

Autor	Modelo de condutividade	Parâmetros avaliados				
		ρ_f	T_w	T_a	u_a	ω_a
Yonko e Sepsy (1967)	Empírico	X	X	X	X	X
Pitman e Zuckerman (1967)	Semi-teórico	X	X			
Brian <i>et al.</i> (1969)	Empírico	X	X			
Biguria e Wenzel (1970)	Teórico	X	X	X	X	X
Dietenberger (1983)	Semi-teórico	X	X	X		
Auracher (1986)	Teórico	X	X	X		
Ostin e Anderson (1990)	Empírico	X	X			
Lee <i>et al.</i> (1997)	Empírico	X	X	X	X	
Sturm <i>et al.</i> (1997)	Empírico	X	X	X		
Şahin (2000)	Semi-teórico	X	X	X	X	X
Yang e Lee (2004)	Semi-teórico	X	X	X	X	X
Na e Webb (2004)	Semi-teórico	X	X	X	X	
Kandula (2010)	Teórico	X	X	X	X	X
Trabalho atual	Semi-empírico	X	X	X	X	X

Numa comparação entre todos os modelos encontrados na literatura, apenas o modelo de Dietenberger (1983) foi proposto para se adequar a uma ampla faixa de densidades da geada. Entretanto, outros autores (ŞAHIN, 2000; KANDULA, 2010) indicam que os valores encontrados por esse modelo costumam ser maiores do que os valores reais, o que aponta para a necessidade de um novo modelo que seja abrangente e ao mesmo tempo preciso. Além disso, com exceção do modelo de Ostin e Andersson (1990), todos os demais foram desenvolvidos para placa plana, e um modelo próprio para canal de placas paralelas (que representa a geometria típica de evaporadores em sistemas de refrigeração) ainda precisa ser obtido.

1.5 MORFOLOGIA DA GEADA

Além dos modelos tradicionais apresentados até agora, que simulam a geada de forma macroscópica, usando as formulações básicas de Termodinâmica e Fenômenos de Transporte e considerando a geada um meio poroso homogêneo, existe outra linha de estudos que se preocupa em investigar o crescimento da geada observando a evolução dos cristais de gelo. Ao invés de apenas assumir a geada como um meio poroso homogêneo, simula-se o formato adquirido pela geada e, partir daí, estima-se as características do meio poroso heterogêneo.

Yoshida *et al.* (2001), por exemplo, empregaram o conceito de agregação por difusão limitada (DLA – *diffusion limited aggregation*) para simular o formato aproximado da camada

de geada com o objetivo de avaliar os efeitos da transferência de calor por radiação. Os resultados foram comparados com dados experimentais próprios e apresentaram uma resposta qualitativa razoável.

Libbrecht (2008) utilizou um modelo de simulação considerando cada cristal de gelo como um hexágono e usando regras de crescimento simplificadas através de um algoritmo baseado em *celular automata*. Os resultados conseguiram representar a estrutura formada pelos cristais de gelo e até as diferentes morfologias, porém o estudo propõem-se apenas com a espessura da camada de geada, sem se ater às suas propriedades.

Liu *et al.* (2010) propuseram um modelo bidimensional para simular o crescimento fractal da camada de geada usando como base a teoria DLA. Observou-se que as imagens obtidas experimentalmente tinham uma concordância razoável com o padrão gerado pela simulação. Contudo, a avaliação foi apenas visual, sem se preocupar com as características termofísicas do meio formado. Mais tarde, Liu *et al.* (2012) avançaram um estudo experimental em que a dimensão fractal foi avaliada ao longo das etapas de crescimento da geada, revelando que o padrão seguido se encaixa na geometria fractal, o que indica que este é um caminho bastante promissor na modelagem da formação do meio poroso.

Chen *et al.* (2012) fizeram uma análise da condutividade térmica da geada usando como base uma estrutura formada pelo método DLA. O cálculo da condutividade usa o conceito de porosidade fractal, porém o modelo leva em conta apenas a estrutura formada, sem se preocupar com os parâmetros operacionais como temperatura da placa ou do ar, além de não avaliar a evolução temporal da camada de geada.

Apesar das possibilidades apresentadas pelo uso da teoria de fractais em meios porosos, o uso dessa teoria para determinar as propriedades da geada ainda é um campo pouco explorado e um modelo fisicamente consistente ainda não foi encontrado, sendo uma lacuna a ser preenchida.

1.6 OBJETIVOS E METODOLOGIA

O estudo da formação de geada apresentou um significativo crescimento. Entretanto, esse ramo do conhecimento ainda carece de avanços acerca da condutividade térmica. A grande maioria dos modelos foi desenvolvida há décadas e, apesar de pouco precisos e com uma faixa de aplicação restrita, ainda são utilizados por falta de uma correlação mais abrangente.

Devido a essas limitações, o presente estudo se propõe a desenvolver um método para

avaliar a condutividade térmica da geada formada em uma ampla faixa de condições operacionais. Assim, o objetivo geral do trabalho consiste em elaborar um método, de precisão conhecida, para prever a condutividade térmica da geada em canais formados por placas planas paralelas em diferentes condições morfológicas. A fim de atingir tal objetivo, os seguintes objetivos específicos, que definem a metodologia do trabalho, serão perseguidos:

- Adaptação de um aparato experimental pré-existente, desenvolvido para medir a densidade da geada em um canal formado por placas planas paralelas, que simula os canais formados pelas aletas dos evaporadores dos sistemas de refrigeração, para que permita a determinação experimental da condutividade térmica da geada obtida em diferentes condições morfológicas e de operação;
- Geração de uma base de dados experimental confiável para a condutividade térmica da geada em diferentes condições morfológicas. Obtenção de uma correlação experimental, de base física, para a condutividade térmica da geada em função das variáveis operacionais, que seja capaz de prever, com um erro satisfatório, os dados experimentais.
- Desenvolvimento de um modelo matemático para prever a porosidade e a condutividade térmica da geada.

1.7 ESTRUTURA DO DOCUMENTO

O presente documento foi organizado da seguinte forma: no presente capítulo é apresentada uma revisão da literatura sobre formação, crescimento e propriedades termofísicas da geada, com base na qual foram definidos os objetivos e a metodologia do trabalho. O capítulo dois mostra a fundamentação teórica sobre a condutividade térmica em meios porosos, além da análise das escalas do problema, para uma previsão qualitativa do comportamento da geada. O capítulo três descreve a correlação semi-empírica desenvolvida e também os resultados encontrados para placas planas a partir de dados da literatura. O capítulo quatro é dedicado ao trabalho experimental, com a descrição do método utilizado e os resultados experimentais inéditos sobre a condutividade térmica da geada formada em canais de placas paralelas. O capítulo cinco apresenta o modelo teórico desenvolvido e os resultados obtidos. O capítulo seis contém as considerações finais.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 CONDUTIVIDADE TÉRMICA DE MEIOS POROSOS

A condutividade térmica efetiva do meio poroso depende das condutividades térmicas de cada fase (sólido e fluido), da fração volumétrica ocupada por cada fase (porosidade) e do formato do arranjo formado entre os poros e as partículas. A porosidade (ε) da geada pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$\varepsilon = \frac{\rho_i - \rho_f}{\rho_i - \rho_a} \quad (2.1)$$

onde ρ_i , ρ_f e ρ_a são as densidades do gelo, da geada e o ar, respectivamente.

Para altas porosidades, a condutividade térmica da geada se aproxima da do ar úmido ($k_a \approx 0,022 \text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$), enquanto para baixas porosidades, a condutividade térmica tende à do gelo ($k_i \approx 2,0 \text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$).

Além da porosidade, o arranjo dos cristais influencia fortemente a condutividade térmica. Como observado na Figura 5, as possíveis formas de crescimento de geada são crescimento axial (na forma de colunas e bainhas) e crescimento lateral (com placas e dendritas), sendo que cada uma das formas é predominante de acordo com a faixa de temperatura.

A transferência de calor nesse tipo de meio pode ser aproximada aos casos limitantes de associação em paralelo (k_p) e em série (k_s), representados na Figura 7.

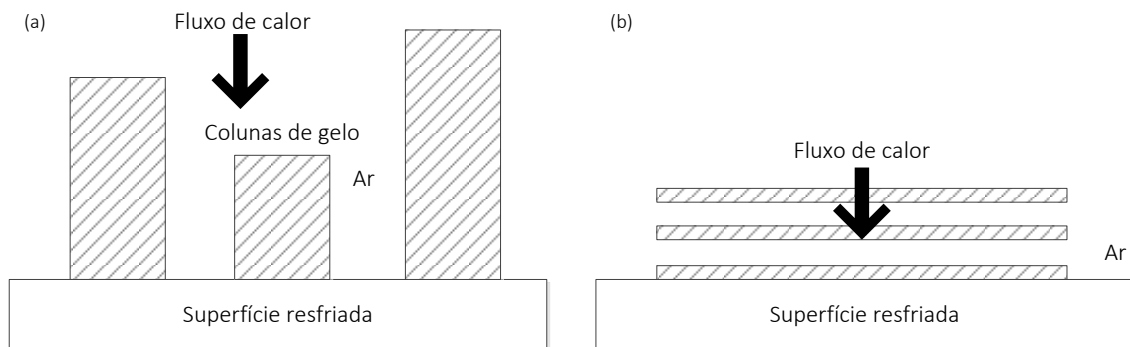


Figura 7 - Associação de resistências térmicas em paralelo (a) e em série (b)

A condutividade térmica das associações em paralelo e em série é calculada das seguintes formas, respectivamente: (SANDERS,1974)

$$k_p = k_a \varepsilon + k_i (1 - \varepsilon) \quad (2.2)$$

$$\frac{1}{k_s} = \frac{\varepsilon}{k_a} + \frac{1 - \varepsilon}{k_i} \quad (2.3)$$

Os meios porosos, em geral, não apresentam unicamente uma dessas duas estruturas, sendo que a condutividade final será um valor intermediário entre as duas. Nield e Bejan (2006) propõem a média geométrica (k_g), que se mostra adequada para grande parte dos meios porosos.

$$k_g = k_a^\varepsilon k_i^{1-\varepsilon} \quad (2.4)$$

A Figura 8 ilustra as equações (2.2) a (2.4), onde se pode notar que $k_f \rightarrow k_i$ quando $\varepsilon \rightarrow 0$ (vértice esquerdo) e que $k_f \rightarrow k_a$ quando $\varepsilon \rightarrow 1$ (vértice direito), independentemente do modelo adotado.

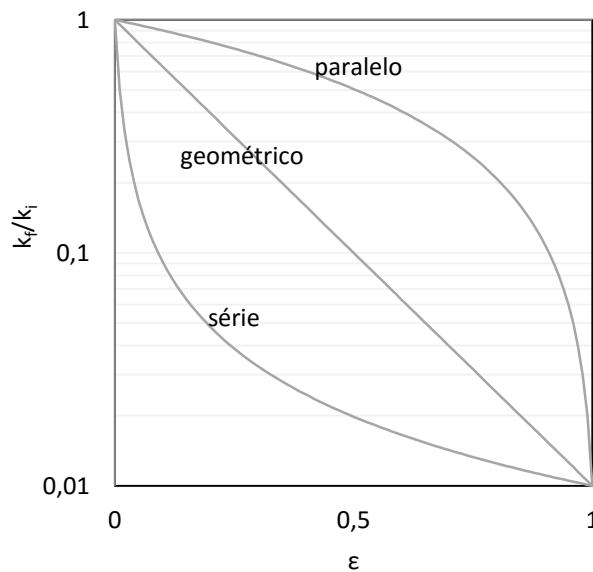


Figura 8 - Representação da condutividade térmica nos três arranjos distintos

Verifica-se que k_p é a condutividade térmica máxima permitida (caso extremo em que todos os cristais estão na forma de colunas), enquanto k_s é a mínima (caso extremo em que todos se encontram na forma de placas). A média geométrica prevê valores intermediários entre k_s e k_p .

Entretanto, a estrutura extremamente complexa apresentada pela geada impede que a condutividade apresentada seja exatamente igual à prevista por qualquer um dos arranjos, como pode ser observado na Figura 9, em que dados experimentais de condutividade térmica

em placa plana obtidos da literatura foram confrontados com os três arranjos. Os valores indicam a temperatura da superfície do substrato, nos casos em que tal informação está disponível.

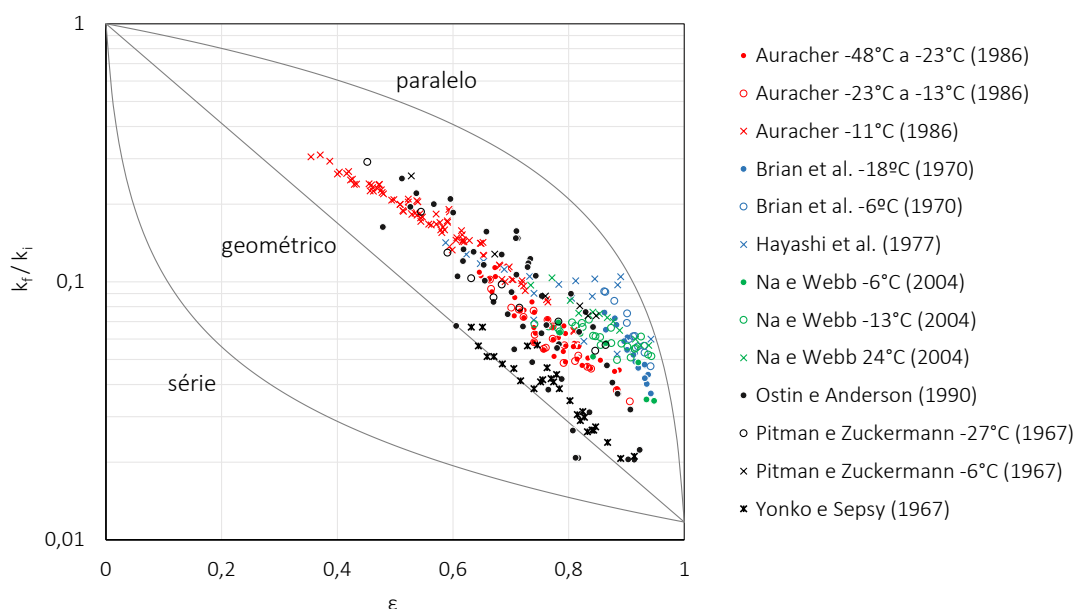


Figura 9 - Representação das equações (2.2) a (2.4) com dados experimentais da literatura

Nota-se que quase todos os pontos se encontram dentro dos limites teóricos da condutividade geométrica e em paralelo (apenas quatro pontos estão fora dos limites, que se deve, provavelmente, a erros experimentais), indicando que a forma de colunas é o mais recorrente (embora não seja a única). Mesmo nas faixas de temperatura em que o crescimento lateral é esperado ($-19^{\circ}\text{C} < T_w < -10^{\circ}\text{C}$), o crescimento axial também está presente.

Além das características de meio poroso, a geada possui algumas peculiaridades em sua estrutura que podem afetar a condutividade térmica: a fase gasosa é composta por ar úmido, onde o vapor d'água consegue se difundir livremente pelos poros, carregando energia consigo. Além disso, como o meio está em constante crescimento, há liberação de calor pela dessublimação do vapor.

Essas características fazem com a condutividade térmica deixe de ser uma característica unicamente associada à condução de calor de uma molécula para outra, mas uma condutividade térmica efetiva, já que leva em conta outras formas de transferência de energia (ŞAHİN, 2000).

2.2 CORRELAÇÃO SEMI-EMPÍRICA

Uma inspeção dos dados experimentais indicados na Figura 9 mostra uma dispersão grande nas séries de dados em que a temperatura não foi informada, sugerindo que a condutividade térmica não pode ser função unicamente da densidade. Porém, nas séries de dados tomadas em uma única temperatura, observa-se uma tendência dos pontos experimentais seguirem o padrão descrito pela média geométrica, porém com uma leve diferença que pode ser corrigida empiricamente. Assim, fazendo $k_f=k_g$ e reorganizando a equação (2.4), dividindo-a por k_i e aplicando logaritmo nos dois lados, chega-se à seguinte equação:

$$\log \frac{k_f}{k_i} = \varepsilon \log \frac{k_a}{k_i} \quad (2.5)$$

Modificando a equação (2.5), através da adição de dois coeficientes lineares (inclinação e interceptação) para adaptação aos dados da literatura, obtém-se:

$$\log \frac{k_f}{k_i} = \log a + b \varepsilon \log \frac{k_a}{k_i} \quad (2.6)$$

A equação (2.6) pode ser rearranjada, chegando à sua forma final (NEGRELLI e HERMES, 2015):

$$\frac{k_f}{k_i} = a \left(\frac{k_a}{k_i} \right)^{b\varepsilon} \quad (2.7)$$

onde os coeficientes “a” e “b” devem ser ajustados empiricamente para diferentes faixas de temperaturas de superfície.

2.3 ANÁLISE DAS ESCALAS

Uma vez que a condutividade térmica sofre influência direta da porosidade do meio, é interessante observar como essa propriedade é afetada pelos parâmetros operacionais, para que se possa contemplar uma ampla faixa de porosidades.

Devido à natureza complexa das formas da geada, um modelo bastante simplificado foi usado para que uma estimativa das escalas da porosidade seja feita. Como a análise dos pontos experimentais mostrou que há uma tendência de os cristais de gelo adquirirem o formato de colunas, essa foi a geometria escolhida. A Figura 10 representa um modelo

simplificado de um cristal de gelo na forma de uma coluna sólida:

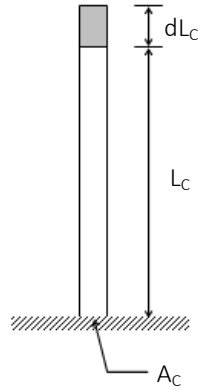


Figura 10 - Representação esquemática de uma coluna de gelo (HERMES *et al.*, 2014)

Nesse modelo, L_c é a altura da coluna de gelo e A_c é a área ocupada por cada coluna. Considera-se que toda a energia necessária para promover a mudança de fase, formando uma quantidade de gelo de altura dL_c , será conduzida através da coluna na forma de calor (SCHNEIDER, 1978), representada pelo seguinte balanço de energia:

$$dq'' = \rho_i i_{sv} dL_c = \frac{k_i}{L_c} (T_f - T_w) dt \quad (2.8)$$

onde q'' é o fluxo de calor transferido ao longo da coluna de gelo, ρ_i é a densidade do gelo, i_{sv} é o calor latente de sublimação, k_i é a condutividade térmica do gelo, T_f é a temperatura local da geada, T_w é a temperatura da superfície resfriada e t é o tempo. Reorganizando a equação anterior:

$$L_c dL_c = \frac{k_i}{\rho_i i_{sv}} (T_f - T_w) dt \quad (2.9)$$

Assumindo que a temperatura da geada em cada ponto da coluna não varia com o tempo, a equação (2.9) pode ser integrada analiticamente, considerando-se $L_c(t=0)=0$:

$$L_c = \sqrt{2 \frac{k_i}{\rho_i i_{sv}} (T_f - T_w) t} \quad (2.10)$$

Assumindo que todas as colunas possuem o mesmo tamanho, a espessura média da geada será $\delta_f \approx L_c$. A equação (2.10) indica que a espessura de geada esperada deve seguir a escala $\delta_f \sim t^{1/2}$, uma vez que o termo $t^{1/2}$ é próprio dos processos em que a difusão é o mecanismo dominante de transferência de massa. (STOREY e JACOBI, 1999).

A porosidade da geada pode ser expressa como a razão entre o volume dos espaços

vazios em relação ao volume total:

$$\varepsilon = 1 - \frac{V_i}{V} \quad (2.11)$$

sendo V_i o volume ocupado pelos cristais de gelo e V o volume total da camada de geada. Como o volume ocupado pelas colunas de gelo pode ser expresso como $V_i = A_c \delta N V$, sendo A_c a área ocupada por cada cristal de gelo, δ a altura de cada coluna e N o número de colunas por unidade de volume, a porosidade pode ser expressa da seguinte forma:

$$\varepsilon = 1 - A_c N \delta_f \quad (2.12)$$

Substituindo a expressão (2.10) na (2.12), obtém-se:

$$\varepsilon = 1 - c\sqrt{t} \quad (2.13)$$

onde c é um coeficiente a ser determinado experimentalmente.

A partir da porosidade, pode-se também estimar o comportamento da densidade da geada ao longo do tempo. Reorganizando a equação (2.1) e considerando que a densidade do gelo ($\rho_i \approx 920 \text{ kg/m}^3$) é muito maior que a do ar ($\rho_a \approx 1 \text{ kg/m}^3$), pode-se fazer a seguinte aproximação (HERMES *et al.*, 2014):

$$\rho_f = \rho_a \varepsilon + \rho_i (1 - \varepsilon) = \rho_i + (\rho_i - \rho_a) \varepsilon \approx \rho_i (1 - \varepsilon) \quad (2.14)$$

Substituindo a equação (2.13) na (2.14), chega-se a:

$$\frac{\rho_f}{\rho_i} \sim c\sqrt{t} \quad (2.15)$$

Uma vez que os comportamentos, tanto da densidade quanto da condutividade térmica, seguem a escala $\delta_f \sim \rho_f \sim t^{1/2}$, pode-se concluir que a massa de geada depositada ao longo do tempo deve ter um comportamento linear no tempo:

$$M = \delta_f \rho_f \sim \sqrt{t} \sqrt{t} \sim t \quad (2.16)$$

3 CONDUTIVIDADE TÉRMICA DA GEADA EM PLACA PLANA

A correlação semi-empírica apresentada pode ser usada para determinar a condutividade térmica da geada formada tanto em uma placa plana quanto em um canal de placas paralelas, através do ajuste dos coeficientes a e b em cada caso.

Para a geometria de placa plana, os pontos experimentais encontrados na literatura e mostrados na Figura 9 foram utilizados para o ajuste dos parâmetros a e b , porém apenas os dados dos autores que disponibilizaram a temperatura da placa plana puderam ser utilizados na análise. Os demais dados não puderam ser utilizados.

A Tabela 7 mostra o valor dos coeficientes a e b ajustados a partir dos dados experimentais de Pitman e Zuckerman, 1967; Brian *et al.*, 1969; Auracher, 1986; Na e Webb, 2004. Seguindo o mapa de morfologias de Kobayashi (Figura 5), foram escolhidas três faixas, de -10°C a 4°C (crescimento preferencial na forma de agulhas e colunas), de -19°C a -10°C (placas e dendritas) e -30°C a -19°C (colunas).

Tabela 7 - Coeficientes da equação (2.7)

Faixa #	Temperatura	Morfologia	Interceptação (a)	Inclinação (b)	RMS
1	$-10 < T_w < -4^{\circ}\text{C}$	Agulhas e colunas	1,576	0,797	0,111
2	$-19 < T_w < -10^{\circ}\text{C}$	Placas e dendritas	1,594	0,761	0,107
3	$-30 < T_w < -19^{\circ}\text{C}$	Colunas	1,035	0,797	0,111

A Figura 11 mostra os ajustes para as três faixas de temperatura, onde se percebe que a correlação apresentada consegue prever os dados experimentais satisfatoriamente. Em altas temperaturas de superfície (de -10 a -4°C), os valores de condutividade estão mais próximos do arranjo em paralelo, enquanto que, para temperaturas menores (-30 a -19°C), há uma aproximação da média geométrica.

Para o ajuste, utilizou-se o método dos mínimos quadrados e a função objetivo foi a minimização do valor do erro RMS, através da expressão normalizada:

$$\text{RMS} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\hat{y}_i - y_i}{\hat{y}_i} \right)^2}{N}} \quad (3.1)$$

onde y representa o valor i experimental, \hat{y} indica o valor i ajustado e N é o número total de pontos.

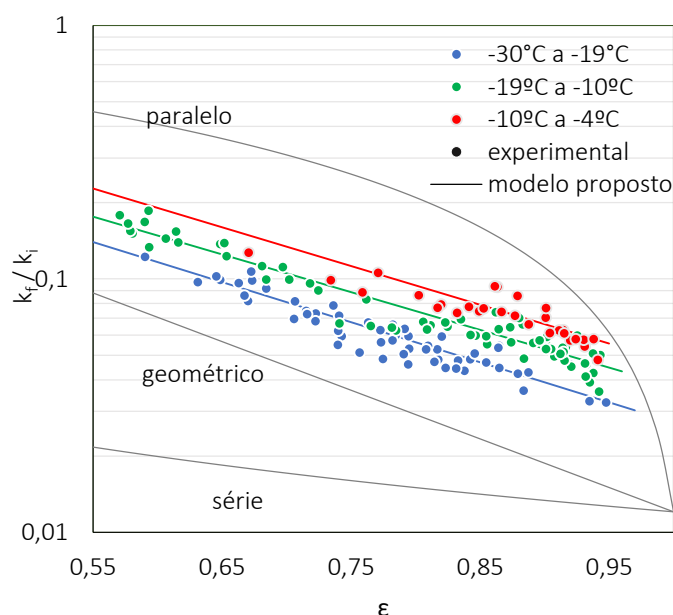


Figura 11 - Resultados dos ajustes da equação (2.7) para três faixas de temperatura

A temperatura da superfície gera dois efeitos concorrentes, morfologia da geada e difusão molecular, o que explica porque a geada na forma de colunas (de -30 a -19°C) possui menor condutividade que a formada por placas (de -19 a -10°C), pois a influência da difusão molecular se sobrepõe ao da morfologia da geada.

A Tabela 8 compara as previsões das correlações de Yonko e Sepsy (1967), Brian *et al.* (1969), Dietenberger (1983), Auracher (1986), Ostin e Andersson (1990), Sturm *et al.* (1996), Na e Webb (2004) e Kandula (2010) em 188 pontos experimentais. Deve-se notar que alguns dos modelos encontrados na literatura não puderam ser avaliados pois dependem de outros fatores além da temperatura e da densidade. São eles: Pitman e Zuckerman (1969), Biguria e Wenzel (1970) e Şahin (2000).

Verifica-se que a correlação proposta apresenta um erro RMS $\sim 11\%$, valor significativamente menor que o observado para os outros modelos ($>17\%$). No total, o modelo proposto prevê 153 dos 188 pontos ($\sim 81\%$) na faixa de $\pm 15\%$ de erro, como mostra a Figura 12, onde são comparados valores previstos nas correlações da Tabela 8 com os dados experimentais nas três faixas de temperatura analisadas.

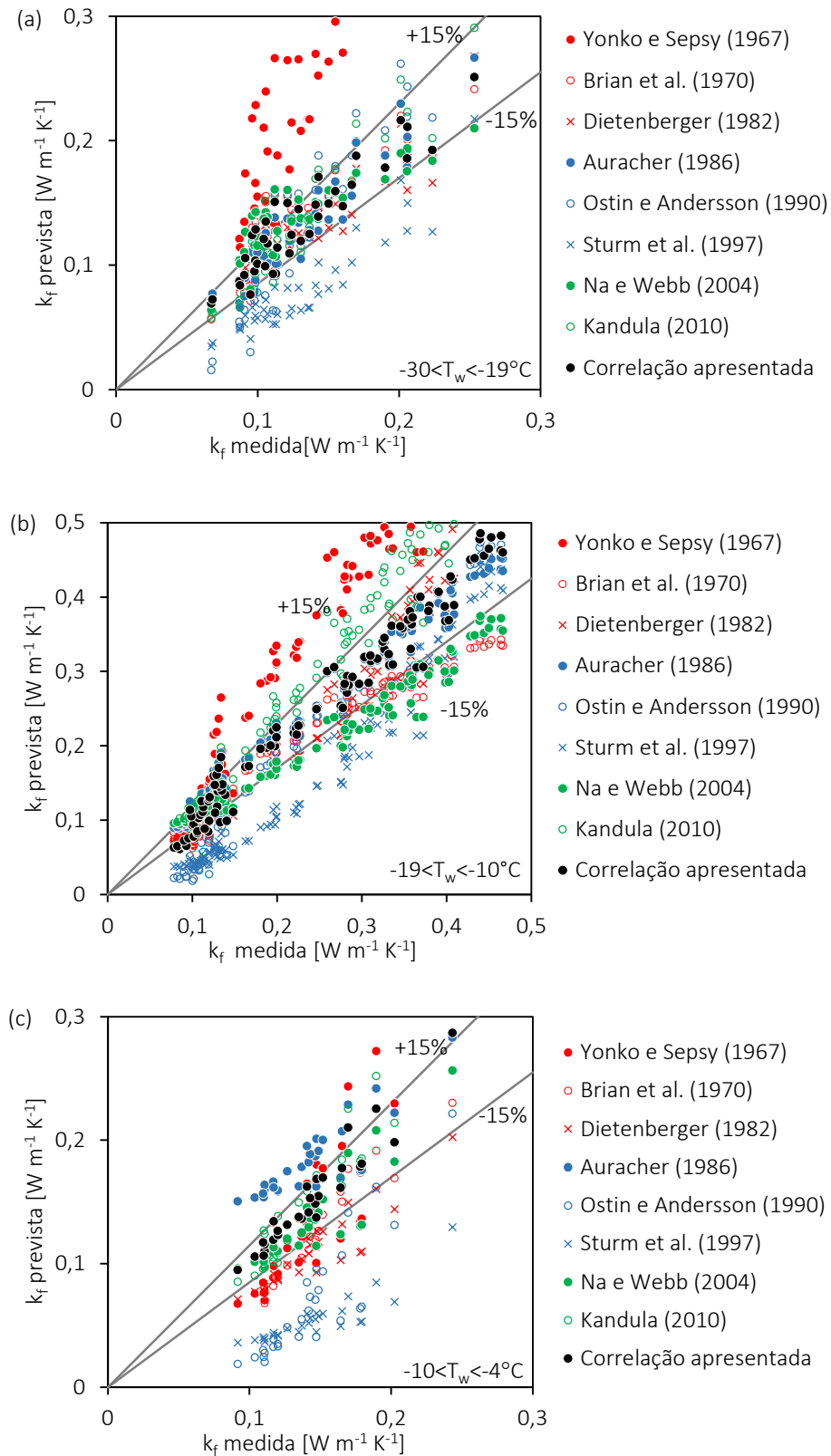


Figura 12 - Comparação entre os dados experimentais e as correlações encontradas na literatura nas três faixas de temperatura: $-30 < T_w < -19^\circ\text{C}$ (a), $-19 < T_w < -10^\circ\text{C}$ (b) e $-10 < T_w < -4^\circ\text{C}$ (c)

Tabela 8 - Comparação entre os resultados das correlações e os dados experimentais

Autor	Número de pontos experimentais			Correlação	
	$-10 < T_w < -4^{\circ}\text{C}$	$-19 < T_w < -10^{\circ}\text{C}$	$-30 < T_w < -19^{\circ}\text{C}$	RMS	Pontos $\pm 15\%$
Yonko e Sepsy (1967)	--	--	--	0,519	28
Pitman e Zuckerman (1967)	6	--	10	--	--
Brian <i>et al.</i> (1969)	12	17	0	0,170	108
Dietenberger (1983)	--	--	--	0,178	95
Auracher (1986)	0	74	25	0,172	129
Ostin e Andersson (1990)	--	--	--	0,386	91
Sturm <i>et al.</i> (1997)	--	--	--	0,464	18
Na e Webb (2004)	12	24	8	0,179	92
Kandula (2010)	--	--	--	0,202	87
Correlação atual	--	--	--	0,111	153

Uma análise da Figura 12 mostra ainda que, na faixa de $-10 < T_w < -4^{\circ}\text{C}$, a correlação de Auracher (1986) tende a superestimar os dados experimentais, enquanto as correlações de Brian *et al.* (1969), Dietenberger (1983), Ostin e Andersson (1990) e Sturm *et al.* (1997) subestimam a condutividade térmica para baixas porosidades. A correlação empírica de Yonko e Sepsy (1967) segue um padrão que subestima a condutividade para altas temperaturas e a superestima para baixas porosidades. A equação (2.7), e também os modelos de Na e Webb (2004) e Kandula (2010), mostram previsões satisfatórias para a maioria dos dados experimentais.

Na faixa $-19 < T_w < -10^{\circ}\text{C}$, as correlações de Auracher (1986), Dietenberger (1983) e a equação (2.7) mostram boas previsões para toda a faixa de porosidade. As correlações de Brian *et al.* (1969), Sturm *et al.* (1997) e Na e Webb (2004), entretanto, tendem a superestimar os pontos experimentais, enquanto as correlações de Yonko e Sepsy (1967) e Kandula (2010) tem comportamento oposto. Para $-30 < T_w < -19^{\circ}\text{C}$, a maioria das correlações avaliadas neste trabalho apresenta resultados satisfatórios, com exceção de Yonko e Sepsy (1967), Ostin e Andersson (1990) e Sturm *et al.* (1997). No total, a equação (2.7) é a única cujas previsões estão dentro da margem de erro de $\pm 15\%$, independentemente da faixa de temperatura.

3.1.1 Propagação de erros

Como os dados provêm da literatura e as incertezas associadas às medições não estão disponíveis, a análise da propagação de erros é feita a partir da porosidade. O erro associação à porosidade, E_e , se propaga para a condutividade térmica, E_{kf} :

$$E_{kf} = \frac{dk_f}{d\varepsilon} E_\varepsilon \quad (3.2)$$

onde a derivada pode ser obtida analiticamente da equação (2.7):

$$\frac{dk_f}{d\varepsilon} = abk_i \left(\frac{k_a}{k_i} \right)^{b\varepsilon} \log \left(\frac{k_a}{k_i} \right) \quad (3.3)$$

Substituindo o termo $ak_i(k_a/k_i)^{b\varepsilon}$ por k_f (equação 2.7):

$$\frac{dk_f}{d\varepsilon} = bk_f \log \left(\frac{k_a}{k_i} \right) \quad (3.4)$$

Verifica-se que os maiores erros são observados nas temperaturas e porosidades mais baixas no intervalo. Hermes *et al.* (2014) definiu a porosidade da geada usando uma correlação semi-empírica, obtendo erros da ordem de $\pm 2\%$. Desse modo, baseado na equação (3.4), o erro máximo é de $\pm 2,5\%$ para -30°C , até $\pm 4,0\%$ para -19°C e até $\pm 3,5\%$ para -10°C .

Uma vez que o modelo adotado se mostrou bastante satisfatório para placa plana, pode-se esperar que um modelo semelhante também seja adequado para prever a condutividade térmica em um canal de placas paralelas, com o ajuste de novos coeficientes empíricos. Devido à ausência de dados experimentais disponíveis na geometria de canal de placas paralelas, foram obtidos pontos experimentais, como descrito no próximo capítulo.

4 TRABALHO EXPERIMENTAL

4.1 APARATO EXPERIMENTAL

Para que a influência de diferentes condições operacionais sobre a condutividade térmica da geada formada em canal de placas paralelas pudesse ser analisada, um aparato experimental previamente construído por Nascimento (2013) foi adaptado para medir a condutividade térmica da geada.

O trabalho de adaptação incluiu a adição de novos sensores, além de mudanças no sistema de controle da bancada, para que diferentes condições de temperatura e umidade sejam atingidas e se mantenham estáveis, garantindo medidas confiáveis e com uma baixa faixa de incerteza experimental. A Figura 13 mostra uma foto da bancada com todos os equipamentos de medição.

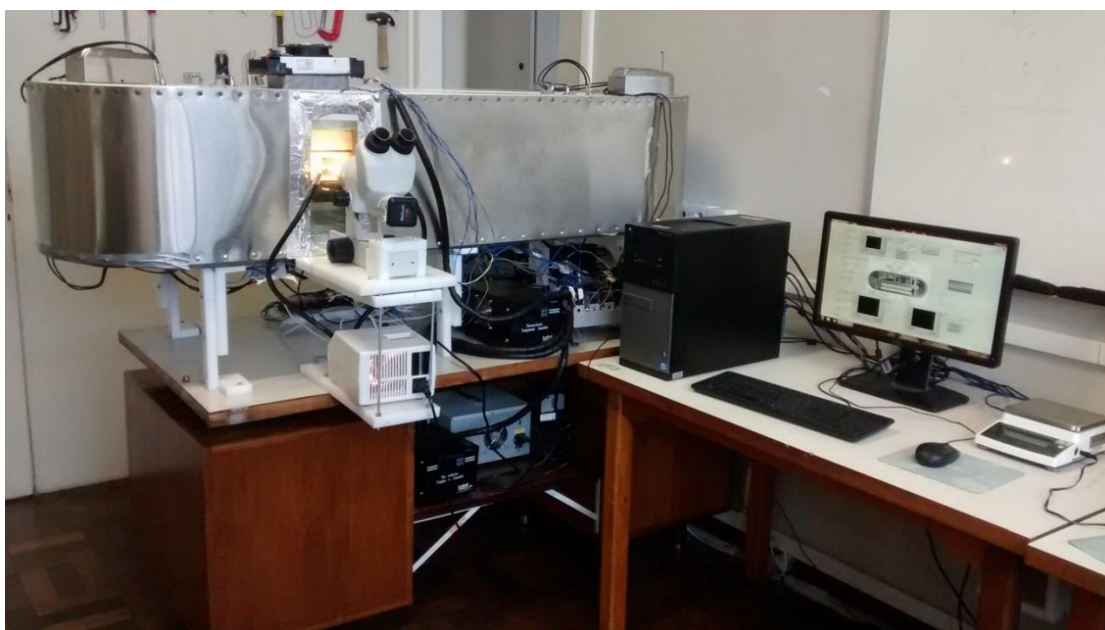


Figura 13 - Aparato experimental

O aparato consiste em um túnel de vento horizontal em circuito fechado, esquematizado na Figura 14. A instrumentação permite o monitoramento e o controle das condições psicrométricas do ar, da vazão de ar, da temperatura da superfície do canal e do espaçamento da seção de passagem. O circuito de ar possui uma seção transversal de 200 x 200 mm, sendo composto por dois trechos retos: em um deles ficam os componentes para climatização da bancada (i.e. controle de umidade e temperatura do ar, bem como o bocal para medição de vazão) e no outro estão instalados o canal de desenvolvimento do escoamento e a seção de

testes propriamente dita. O túnel todo é revestido com placas de poliestireno expandido (EPS) com 50 mm de espessura, sendo que o canal de desenvolvimento é revestido por uma camada extra de EPS. Para garantir que não haja influência externa, a temperatura da sala é mantida constante por um condicionador de ar tipo *split*.

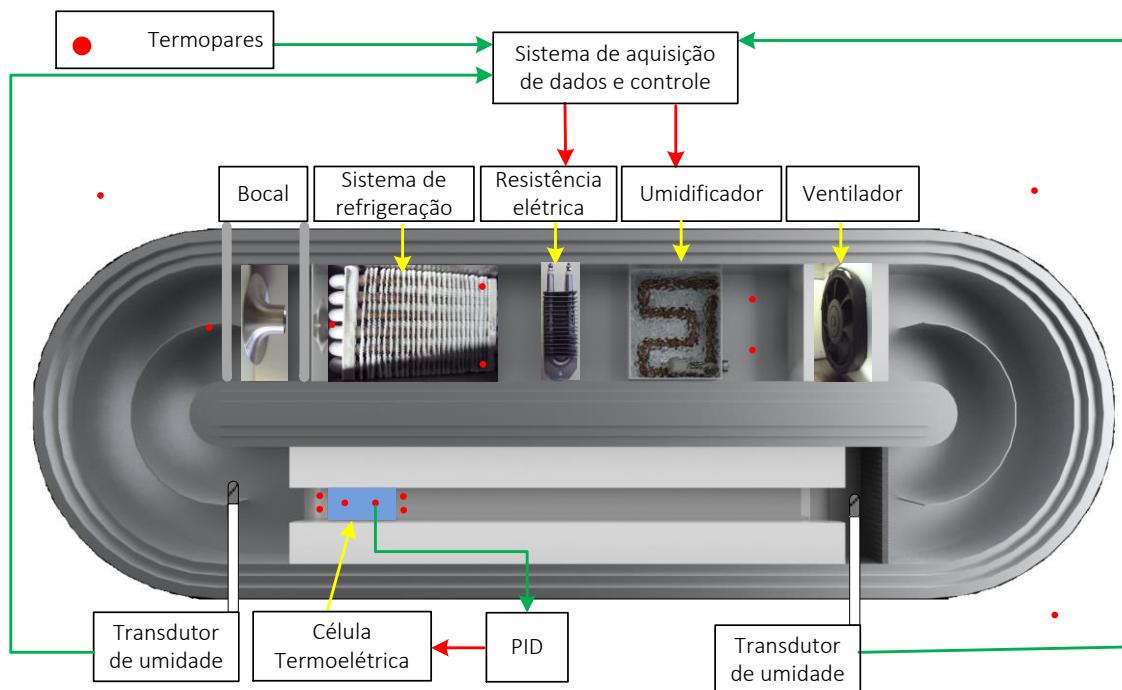


Figura 14 - Representação esquemática do aparato experimental

A velocidade na seção de testes é determinada através da vazão de ar, medida em um bocal convergente de perfil conhecido e um transdutor de pressão diferencial, de acordo com o procedimento previsto na norma ASHRAE 51 (1999), descrito no Apêndice I. Neste trabalho, fez-se uso de um transdutor Dwyer, modelo 607-21, que trabalha numa faixa de operação de 0 a 125 Pa. Um ventilador DC axial controlado por uma fonte Hikari modelo HK-3003D, faz a movimentação do ar, com vazões de trabalho na faixa de 1 a 20 m³/h.

O ar que escoar no interior do túnel de vento tem sua temperatura reduzida por um sistema de refrigeração por compressão mecânica de vapor. O sistema de refrigeração foi instalado em série com uma resistência de 350 W pilotada por um controlador PID (Proporcional-Integral-Derivativo), cuja função é obter um controle fino da temperatura com base em um sinal obtido por um termopar instalado logo após a umidificação.

O controle da umidade do ar é feito através de uma resistência de 180 W imersa em água e regulada por um controlador PID que recebe o sinal de umidade de um transdutor capacitivo instalado na entrada da seção de testes. Para garantir a segurança do sistema, a bandeja com água possui um sensor de nível conectado a um relé *on/off* que desliga o

aquecimento se não houver água suficiente.

As duas resistências estão conectadas a relés de estado sólido modelo AFC-01 da Comtemp, que permitem controlar, a partir do sinal recebido dos controladores PIDs, o ângulo de fase e, conseqüentemente, a tensão entregue às resistências.

Após passar pelo ventilador, o ar atinge um trecho reto cuja função é permitir que o escoamento tenha condição de se desenvolver antes de chegar à seção de testes propriamente dita. Na entrada da seção de desenvolvimento foi utilizada uma tela homogeneizadora para laminarizar o escoamento e, com isso, reduzir os efeitos de estratificação de temperatura e umidade.

A umidade relativa na entrada e na saída da seção de teste é calculada por um transdutor de umidade do tipo capacitivo da Testo, modelo 6610 e sonda 6681, com faixa de medição de 0 a 100% de umidade relativa e erro de 1,7%. A umidade absoluta é calculada indiretamente através das medidas da umidade relativa, temperatura do ar e pressão atmosférica (STOECKER e JONES, 1985):

$$\omega_a = \frac{0,622 \phi p_{\text{sat}}(T_a)}{p_{\text{atm}} - 0,622 \phi p_{\text{sat}}(T_a)} \quad (4.1)$$

A seção de testes propriamente dita, ilustrada na Figura 15, é formada por um canal de placas paralelas, com espaçamento variável (10 ou 20 cm), cujas temperaturas são controladas por dois módulos termoeletrônicos independentes acionados por controladores PID. Uma extensão de alumínio faz o papel de ponte térmica entre o trocador de calor do módulo termoeletrônico e a superfície resfriada, permitindo assim que o calor retirado da placa possa ser descartado do lado de fora da bancada pelo ventilador. Além disso, a inércia da extensão de alumínio diminui as oscilações de temperatura na superfície da placa.

No topo da extensão de alumínio, mostrada na Figura 16, foi acoplada uma placa de cobre de 3 mm de espessura (que é a superfície onde ocorre o crescimento da geada), onde foram incrustados dois termopares do tipo T e um sensor de fluxo de calor HFS-4 da Omega com sensibilidade de $2,1 \mu\text{V} \cdot \text{W}^{-1} \cdot \text{m}^2$. O método de calibração do sensor de fluxo está descrito no Apêndice II.

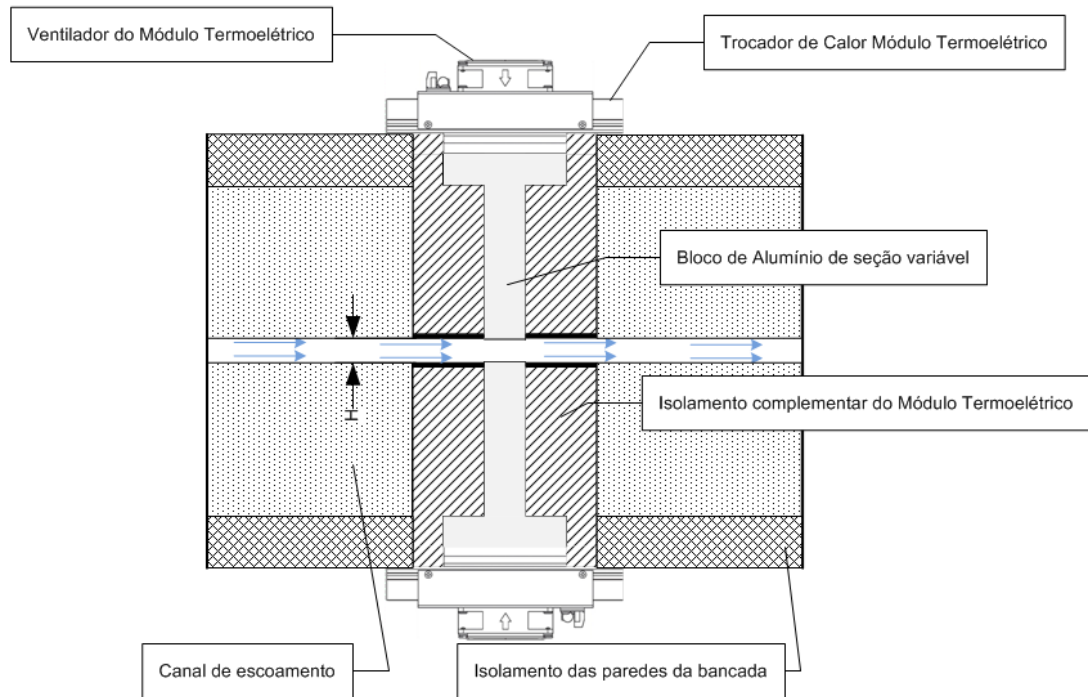


Figura 15 - Representação esquemática da seção de testes (NASCIMENTO, 2013)

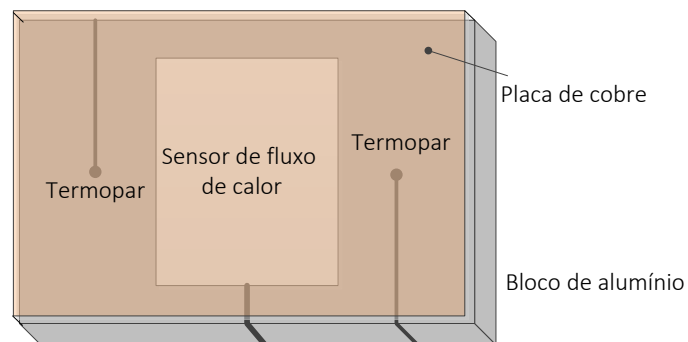


Figura 16 - Representação esquemática do substrato onde a geada se forma

A temperatura do ar é medida na entrada e na saída do canal (com dois termopares tipo T em cada posição). O arranjo está representado na Figura 17.

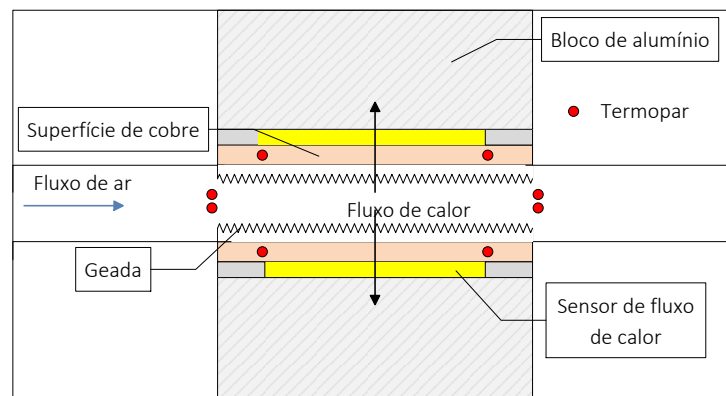


Figura 17 - Representação esquemática do canal de placas paralelas

Um estereomicroscópio foi empregado para medir a espessura da geada com uma incerteza de 50 μm , em uma janela quadrada de 22 mm, que permite enquadrar a máxima distância entre as placas da seção de teste. Optou-se pelo modelo SMZ-745T da Nikon, com câmera de 3 megapixels, lente ocular de 10x, lente objetiva de 0,5x e iluminação através de fibra óptica. Uma janela de vidro triplo, preenchida com argônio, foi instalada na lateral do túnel de vento para permitir a visualização da geada. A Figura 18 mostra a janela de visualização que permite acompanhar o crescimento da geada através de uma vista lateral. A massa de geada formada é medida através de uma balança Gehaka BG2000, com incerteza de 0,01 g.



Figura 18 - Janela de visualização do crescimento da geada

As temperaturas ao longo da bancada são medidas por termopares do tipo T modelo Omega PR-T-24-SLE (representados em vermelho na Figura 14), com incerteza de 0,2 K. Além das medidas de temperatura na seção de testes, são feitas tomadas de temperatura na entrada e saída do evaporador (para monitoramento do sistema de refrigeração), duas tomadas de temperatura após as resistências de aquecimento (para regular o controlador PID de temperatura), uma tomada de temperatura no bocal de medição de vazão (usada no cálculo da vazão) e três tomadas de temperatura no ambiente externo da bancada (para identificar possíveis influências externas). Os termopares estão representados como os pontos em vermelho na Figura 14.

Os componentes do subsistema de medição foram especificados de maneira a obter as menores incertezas de medição dentro das condições de teste (descritas no Apêndice III). Um

sistema de aquisição NI Rack CDAQ-9178, com 8 slots e conexão USB 2.0, foi empregado de forma a permitir não só aquisição de dados, mas também o controle de alguns componentes, tendo 32 canais para medição de temperatura (NI 9213), 16 canais analógicos genéricos que permitem a medição de tensão ou corrente (NI 9207) e 4 canais analógicos (NI 9265), com saída em corrente, para controle. Com isso, a bancada é totalmente automatizada, podendo ser controlada remotamente.

4.2 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Antes de cada ensaio, a bancada é posta a operar em regime permanente para que tanto o ar como as superfícies da seção de testes atinjam as condições desejadas. A fim de evitar a formação de geada sobre as placas frias da seção de teste durante o período de estabilização da bancada, que dura em torno de 4h, foi elaborado um sistema de *by-pass*, constituído por um *damper* que desvia o fluxo de ar da seção de testes antes do início do teste, evitando que as superfícies das placas frias fiquem expostas à umidade.

A Figura 19 representa o conjunto formado pelo módulo termoeletrico, o bloco de alumínio e a superfície de crescimento da geada, envolta no revestimento de PU, enquanto a Figura 20 mostra como o sistema de *by-pass* está montado, deixando a superfície de cobre exposta quando aberto e protegendo-a quando fechado. O aparato possui uma abertura lateral que permite a visualização da sessão de testes.

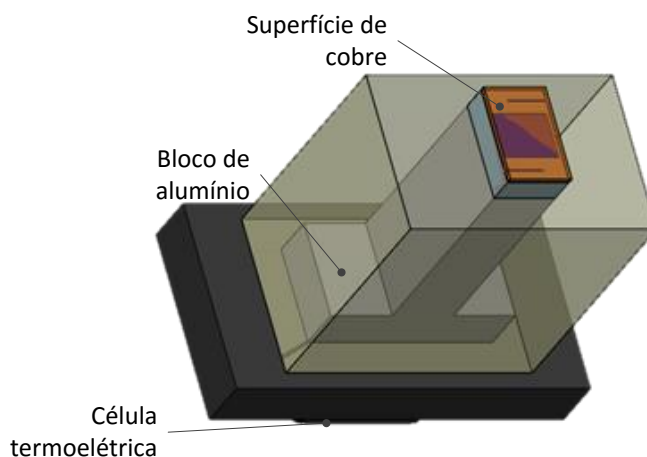


Figura 19 - Representação do conjunto que forma a seção de testes

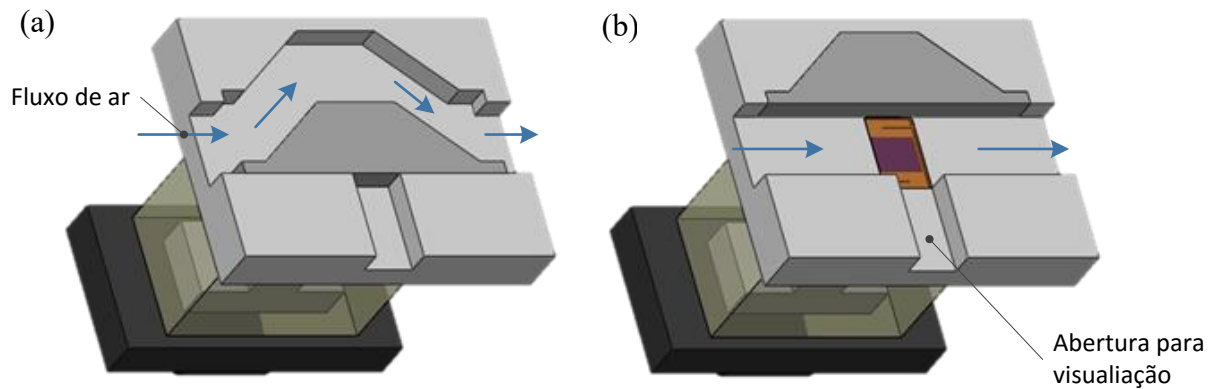


Figura 20 - Sistema de by-pass fechado (a) e aberto (b)

O teste só tem início após uma verificação de que as condições de velocidade, temperatura e umidade do ar na entrada da seção de testes, bem como as temperaturas das superfícies das placas frias, tenham alcançado a condição de regime permanente. A verificação é feita através do seguinte critério:

$$|y_i - \bar{y}_i| < 3\sigma \quad (4.2)$$

sendo y_i o valor instantâneo de cada variável, \bar{y}_i o valor médio dessa variável e σ o desvio padrão. O regime permanente só é considerado quando todas as grandezas obedecerem a esse critério por mais de 30 minutos.

Durante o teste, são monitorados e registrados o fluxo de calor através da geadas, a velocidade, a temperatura e a umidade do ar na entrada e na saída da seção de teste e as temperaturas das placas frias. Ao longo do experimento, a seção de testes é fotografada a cada um minuto e, ao final do teste, as imagens são processadas através do software *Motic Images Plus 2.0* (MOTIC, 2013) a fim de obter a espessura da geadas ao longo do tempo. A Figura 21 mostra um exemplo das imagens obtidas ao longo do tempo de duração de um dos testes.

Ao final de cada teste, a geadas é retirada das duas superfícies e sua massa é medida. A densidade da geadas é então calculada pela seguinte equação:

$$\rho_f = \frac{M}{A_s(\delta_{f,sup} + \delta_{f,inf})} \quad (4.3)$$

sendo M a massa de geadas acumulada, A_s a área das placas e δ_{sup} e δ_{inf} são as espessuras da geadas nas placas superior e inferior, respectivamente.

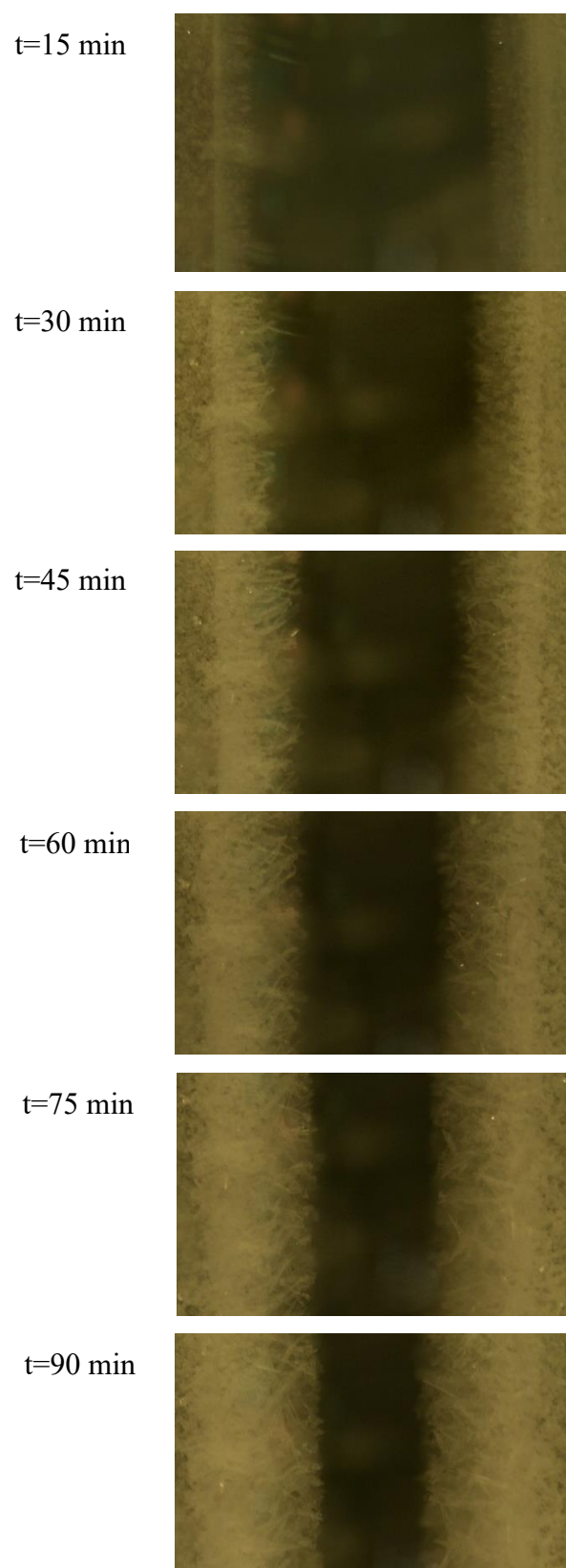


Figura 21 - Evolução temporal da espessura da geada capturada pelo sistema de aquisição de imagens

4.2.1 Determinação da Condutividade Térmica Experimental

Ao longo do teste, o ar úmido transfere massa para as superfícies resfriadas das placas superior e inferior. Como a massa depositada segue um comportamento linear em relação ao tempo pela análise das escalas (equação 2.13), o fluxo mássico de vapor dessublimado pode ser determinado através da seguinte expressão:

$$m'' = \frac{M}{A_s t} \quad (4.4)$$

sendo m'' o fluxo mássico de vapor d'água para o meio poroso e t a duração total do teste após a abertura do *by-pass*.

Além da transferência de massa, calor também é transferido do ar para a placa em duas formas: calor latente (q''_{lat}), para que haja a mudança de fase, e calor sensível (q''_{sen}) devido à diferença de temperatura, como ilustra a Figura 22.

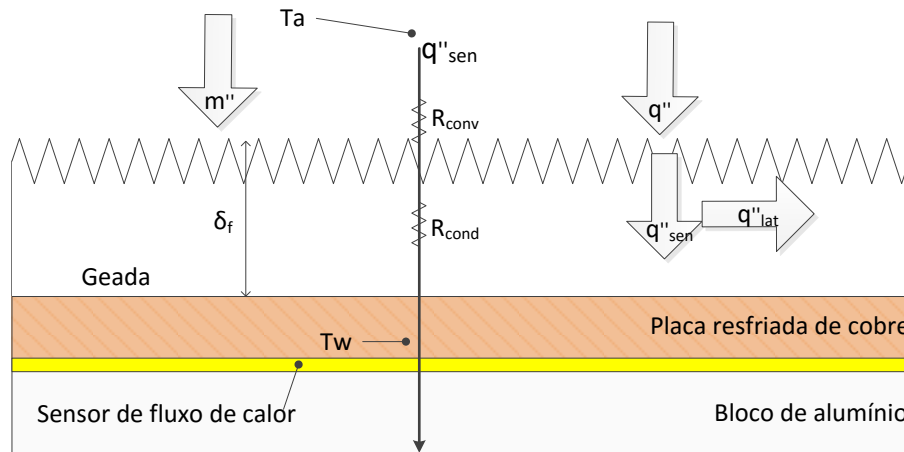


Figura 22 - Representação esquemática do fluxo de calor na camada de geada

O valor medido pelo sensor de fluxo de calor é o calor total transferido (q''), sendo a soma das duas parcelas, como mostra a expressão a seguir:

$$q'' = q''_{lat} + q''_{sen} \quad (4.5)$$

onde o fluxo de calor latente é dado por:

$$q''_{lat} = m'' i_{sv} \quad (4.6)$$

onde m'' é fluxo mássico e i_{sv} é o calor latente de dessublimação. O valor do coeficiente convectivo de transferência de massa (h_m) pode ser determinado através da expressão:

$$h_m = \frac{m''}{(\omega_a - \omega_{sat}(T_w))} \quad (4.7)$$

sendo ω_a a umidade absoluta presente na corrente de ar e ω_{sat} a umidade na superfície da placa (nesse caso, a umidade de saturação à temperatura da placa). O coeficiente convectivo de transferência de massa, por sua vez, correlaciona-se com o coeficiente convectivo de transferência de calor (h) através da analogia de Lewis (BAEHR e STEPHAN, 2006):

$$\frac{Nu}{Pr^{1/3}} = \frac{Sh}{Sc^{1/3}} \Leftrightarrow h = h_m c_{pa} Le^{2/3} \quad (4.8)$$

onde c_{pa} é o calor específico a pressão constante do ar úmido, Nu e Sh são os números adimensionais Nusselt e Sherwood, respectivamente, Pr e Sc são os números adimensionais Prandtl e Schmidt, respectivamente, e Le é o número de Lewis, sendo $Le = Sc/Pr = \alpha/D$.

Durante o teste, a condução de calor pode ser considerada unidimensional e quase-estática. Logo, o escoamento de calor sensível pode ser modelado pela associação de resistências, mostrada na Figura 22. São conhecidas as temperaturas do ar úmido e da superfície da placa. Assim, o calor encontra duas resistências: a convectiva na superfície da geadas e a condutiva através da geadas.

O fluxo de calor sensível é então determinado por:

$$q''_{sen} = \frac{(T_a - T_w)}{R_T} \quad (4.9)$$

onde T_a é a temperatura do ar e T_w é a temperatura da placa, q''_{sen} é o fluxo de calor e R_T é a soma das duas resistências:

$$R_T = \frac{1}{h} + \frac{\delta_f}{k_f} \quad (4.10)$$

onde δ é a espessura da geadas (medida pelo sistema de captura de imagens da bancada), k_f é a condutividade térmica da geadas e h é o coeficiente convectivo determinado pela equação (4.8). A equação (4.10) pode então ser reescrita na forma da equação (4.11), que permite o cálculo direto da condutividade térmica da geadas.

$$k_f = \frac{q''_{sen} \delta_f h}{(T_a - T_w) h - q''_{sen}} \quad (4.11)$$

Substituindo as equações (4.4), (4.5), (4.6), (4.7) e (4.8) na (4.11), a condutividade térmica da geadas pode ser expressa apenas em função dos parâmetros que são medidos

diretamente:

$$k_f = \frac{\left(q'' - \frac{M}{A_s t} i_{sv}\right) \delta_f \left(\frac{M}{A_s t (\omega_a - \omega_w)} c_{pa} Le^{2/3}\right)}{(T_a - T_w) \left(\frac{M}{A_s t (\omega_a - \omega_w)} c_p Le^{2/3}\right) - \left(q'' - \frac{M}{A_s t} i_{sv}\right)} \quad (4.12)$$

4.3 PLANEJAMENTO EXPERIMENTAL

Como analisado no Capítulo 2, os parâmetros que podem influenciar a condutividade térmica da geada são a temperatura da superfície resfriada e a porosidade (densidade) do meio.

Os níveis de temperatura foram escolhidos de acordo com o mapa de morfologias de Kobayashi (1958), representado na Figura 5, para que os pontos estejam espalhados nas três morfologias de interesse.

Uma vez que a densidade não é uma condição fixa que pode ser definida diretamente, a escolha das condições operacionais deve ser feita para que uma gama variada de densidades possa ser atingida.

O modelo descrito pela equação (2.15), proposto por Nascimento *et al.* (2014) para prever a densidade de geada, mostra-se bastante satisfatório, sendo escolhido, portanto, como o modelo de referência para a estimativa da densidade (e consequentemente a porosidade) da geada formada em canal de placas paralelas. Tal modelo pode ser expresso da seguinte forma:

$$\frac{\rho_f}{\rho_i} = 0,0022(\Lambda)^{-3/4} t^{1/2} \quad (4.13)$$

onde Λ é o número de Jakob modificado proposto por Hermes (2012):

$$\Lambda = \frac{c_p (T_{dew} - T_w)}{i_{sv} (\omega_a - \omega_{sat}(T_w))} \quad (4.14)$$

Esse parâmetro engloba a maioria das variáveis experimentais de interesse (temperatura da placa e condições psicrométricas), sendo escolhido como a variável independente (NASCIMENTO *et al.*, 2014).

Assim, o planejamento experimental foi feito com três níveis de temperatura (-23°C, -15°C -7°C) e três níveis de Λ (os valores de Λ são diferentes em cada faixa devido às limitações operacionais). Em cada condição de teste são feitas cinco medidas em diferentes instantes de tempo, para que a condutividade térmica seja avaliada para diferentes

porosidades, totalizando 45 pontos experimentais. As condições operacionais dos testes estão descritas na Tabela 9.

Tabela 9 - Condições de teste

#	T_w (°C)	T_a (°C)	ϕ_a	Λ
1	-23	-3,5	80	2,907
2	-23	-1	80	2,386
3	-23	5	80	1,948
4	-15	4	75	1,703
5	-15	10	80	1,275
6	-15	15	80	1,118
7	-7	5	70	1,396
8	-7	10	75	1,072
9	-7	15	80	0,958

Apesar da literatura indicar que a velocidade não influencia na densidade, tampouco na condutividade térmica, serão feitos três testes complementares em velocidades distintas para também verificar essa hipótese. Em cada teste, é feita uma análise das incertezas experimentais, conforme o procedimento descrito no Apêndice III.

4.4 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

4.4.1 Repetitividade da bancada

Para garantir a confiabilidade dos resultados, primeiramente foi verificada a repetitividade da bancada. Para tanto, o teste #1, com tempo de 90 minutos, foi repetido três vezes. Esse teste foi o escolhido, pois é o que apresenta as condições mais críticas (menores temperaturas da superfície e do ar e menor condição de umidade) e, portanto, mais difíceis de controlar.

Nos três testes as condições da bancada se mantiveram constantes e os resultados encontrados (massa depositada, espessura e condutividade térmica da geada) também foram iguais, dentro das margens de incerteza de medição. A Tabela 10 apresenta as condições operacionais da bancada e também os resultados de espessura, densidade e condutividade térmica da geada.

Tabela 10 - Condições do teste #1 para verificação da repetitividade do equipamento

#	1a	1b	1c
ϕ_a	$77,22 \pm 0,97$	$76,98 \pm 0,56$	$77,02 \pm 0,64$
$T_w(^{\circ}\text{C})$	$-23,18 \pm 0,32$	$-23,15 \pm 0,31$	$-23,3 \pm 0,19$
$T_a(^{\circ}\text{C})$	$-2,74 \pm 0,28$	$-2,75 \pm 0,2$	$-2,81 \pm 0,20$
$q'' (\text{W.m}^{-2})$	$263,61 \pm 5,16$	$265,54 \pm 5,34$	$271,10 \pm 5,03$
$u_a (\text{m.s}^{-1})$	$1,177 \pm 0,0081$	$1,162 \pm 0,0059$	$1,139 \pm 0,0054$
$M (\text{g})$	$0,61 \pm 0,01$	$0,61 \pm 0,01$	$0,6 \pm 0,01$
$\delta_f (\text{mm})$	$3,57 \pm 0,04$	$3,51 \pm 0,05$	$3,5 \pm 0,05$
$\rho_f (\text{kg.m}^{-3})$	$71,18 \pm 3,03$	$71,35 \pm 3,95$	$71,46 \pm 2,45$
$k_f (\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1})$	$0,0838 \pm 0,0098$	$0,0821 \pm 0,0087$	$0,0806 \pm 0,006$

Ao determinar a condutividade térmica, assumiu-se a hipótese de que a deposição de massa de geada é constante ao longo do tempo (equação 2.13), possibilitando o uso das equações (4.4) e (4.6). Para garantir que essa suposição é correta, cada teste foi repetido em cinco tempos diferentes, sendo que a medida da massa depositada apresentou comportamento linear ao longo do tempo. A Figura 23 representa os testes #3, #5 e #8, confirmando, portanto, tal hipótese. O comportamento observado seguiu o mesmo padrão em todos os demais testes.

A escolha dos parâmetros de cada condição foi feita para que uma ampla faixa de densidades fosse obtida, usando para isso o número de Jakob modificado, pois a análise das escalas indicou que, para um mesmo valor de Λ , a porosidade deve ser proporcional a $t^{1/2}$ (equação 2.10).

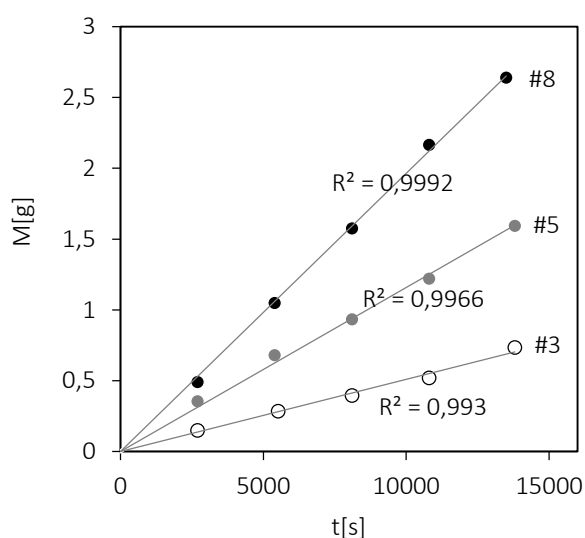


Figura 23 - Evolução temporal da massa depositada nos testes #3, #5 e #8

A Figura 24 ilustra o comportamento linear da porosidade com a raiz quadrada do tempo observada para os diferentes valores de Λ , mostrando que a análise realizada é

consistente. Desse modo, uma faixa ampla de densidades pode ser obtida em cada faixa de temperaturas.

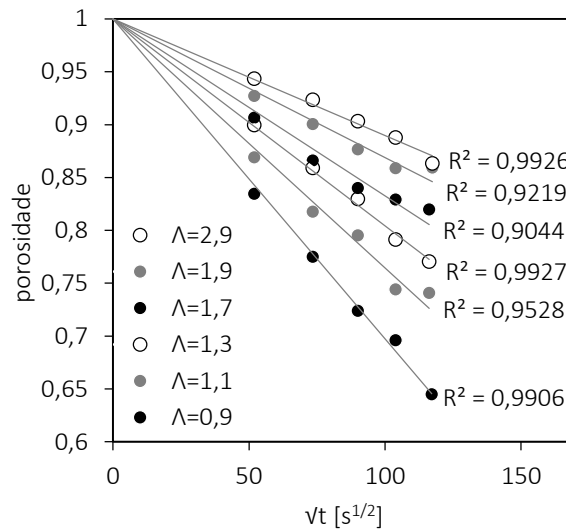


Figura 24 - Evolução temporal da porosidade

4.4.2 Determinação da condutividade térmica

A Tabela 11 resume os testes realizados e os principais resultados obtidos para cada condição. Todos os testes foram realizados num canal com espaçamento de 20 mm e com velocidade do ar constante (1,2 m/s). A relação completa com todos os parâmetros de todos os testes e as incertezas experimentais associadas às medidas se encontra no Apêndice IV.

Além da determinação da condutividade térmica, os experimentos permitiram também a determinação experimental da densidade da geada em diferentes condições. Como a escolha das condições experimentais foi feita com base na correlação de Nascimento *et al.* (2014) (equação 4.13), os valores encontrados experimentalmente foram comparados com os dados previstos pela correlação, a fim de verificar a sua confiabilidade. Todos os pontos ficaram dentro de um intervalo de $\pm 15\%$, que é a margem de erro da correlação (valor inferior ao de todas as correlações encontradas na literatura), como mostra a Figura 25.

Tabela 11 - Resultados de densidade e condutividade térmica

	t (min)	M (g)	δ_f (mm)	ρ_f (kg m ⁻³)	ϵ	k_f (W m ⁻¹ K ⁻¹)
#1 $\Lambda=2,91$ $T_w=-23^\circ\text{C}$	45	0,18	1,37	53,15	0,943	0,0631
	90	0,30	1,75	71,46	0,923	0,0806
	135	0,48	2,22	90,07	0,903	0,0925
	180	0,59	2,36	104,15	0,888	0,0814
	230	0,75	2,46	126,79	0,863	0,0996
#2 $\Lambda=2,39$ $T_w=-23^\circ\text{C}$	45	0,26	1,79	59,26	0,937	0,0697
	90	0,47	2,13	91,81	0,901	0,0926
	135	0,66	2,72	101,15	0,891	0,0865
	180	0,90	2,98	125,92	0,864	0,0809
	225	1,10	3,32	138,06	0,851	0,0967
#3 $\Lambda=1,94$ $T_w=-23^\circ\text{C}$	45	0,36	2,17	68,16	0,927	0,0829
	90	0,68	3,06	92,68	0,900	0,0781
	135	0,94	3,40	114,62	0,876	0,1011
	180	1,22	3,89	130,77	0,859	0,0988
	230	1,60	5,10	130,37	0,859	0,1070
#4 $\Lambda=1,70$ $T_w=-15^\circ\text{C}$	45	0,34	1,63	86,93	0,907	0,0887
	90	0,56	1,88	124,19	0,866	0,1100
	135	0,85	2,39	148,046	0,840	0,1284
	180	1,08	2,83	158,09	0,829	0,1249
	225	1,19	2,96	166,54	0,820	0,1507
#5 $\Lambda=1,28$ $T_w=-15^\circ\text{C}$	45	0,49	2,39	93,23	0,900	0,1066
	90	1,05	3,35	130,46	0,859	0,1112
	135	1,58	4,17	157,44	0,830	0,1624
	180	2,17	4,68	192,75	0,791	0,1395
	225	2,64	5,19	211,87	0,770	0,1808
#6 $\Lambda=1,11$ $T_w=-15^\circ\text{C}$	45	0,79	2,87	114,09	0,877	0,1175
	93	1,41	3,42	171,57	0,814	0,1854
	125	1,94	4,02	201,32	0,782	0,1467
	180	2,31	4,69	205,07	0,778	0,1973
	225	3,69	5,48	280,37	0,696	0,2099
#7 $\Lambda=1,39$ $T_w=-7^\circ\text{C}$	45	0,15	0,69	90,11	0,903	0,1398
	92	0,29	0,92	129,43	0,860	0,1565
	135	0,40	1,13	145,27	0,843	0,1658
	180	0,52	1,34	161,89	0,825	0,1470
	230	0,74	1,52	201,67	0,781	0,1766
#8 $\Lambda=1,07$ $T_w=-7^\circ\text{C}$	45	0,37	1,27	121,13	0,869	0,1578
	90	0,74	1,83	168,34	0,818	0,1754
	135	1,20	2,65	188,81	0,795	0,1925
	180	1,53	2,70	235,79	0,744	0,2379
	225	1,88	3,27	238,84	0,741	0,2253
#9 $\Lambda=0,96$ $T_w=-7^\circ\text{C}$	45	0,62	1,69	152,84	0,834	0,1440
	90	1,16	2,33	207,29	0,775	0,2024
	135	1,67	2,73	254,22	0,724	0,2486
	180	2,15	3,20	279,71	0,696	0,3140
	229	2,95	3,76	326,54	0,645	0,3444

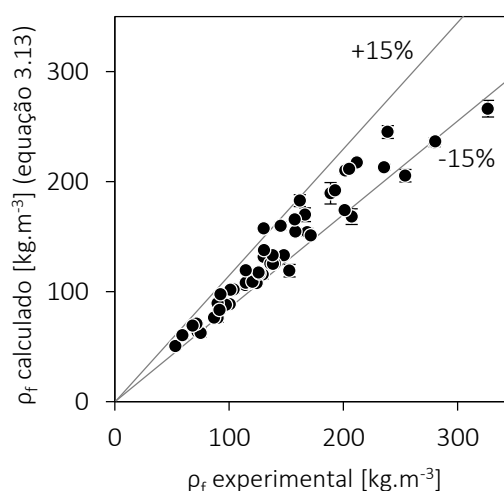


Figura 25 - Comparação entre as densidades experimentais e as da correlação de Nascimento et al.(2014)

Uma vez que a equação (2.7) é função apenas da porosidade, três curvas foram ajustadas para corresponderem aos três níveis de temperatura mostradas na Figura 26, respeitando as três faixas de morfologias da Figura 5.

Cada curva foi ajustada usando o método dos mínimos quadrados e os coeficientes a e b da equação (2.7) encontrados estão representados na Tabela 12. A Figura 26 mostra as três curvas ajustadas para cada temperatura, com a incerteza experimental expressa em todos os pontos. O valor de k_f foi adimensionalizado na forma k_f/k_i para facilitar o uso da equação (2.7).

Tabela 12 - Coeficientes da equação (2.7) ajustados empiricamente

T_w (°C)	Morfologia	Interceptação (a)	Inclinação (b)	RMS
-23°C	Agulhas e colunas	1,321	0,858	0,090
-15°C	Placas e dendritas	2,102	0,927	0,120
-7°C	Colunas	1,769	0,834	0,132

A Figura 27 apresenta as três faixas juntas, mostrando um comportamento similar ao apresentado na Figura 11 (condutividade térmica em placa plana). As três curvas se tem inclinação semelhantes e temperaturas maiores levam a condutividades térmicas maiores.

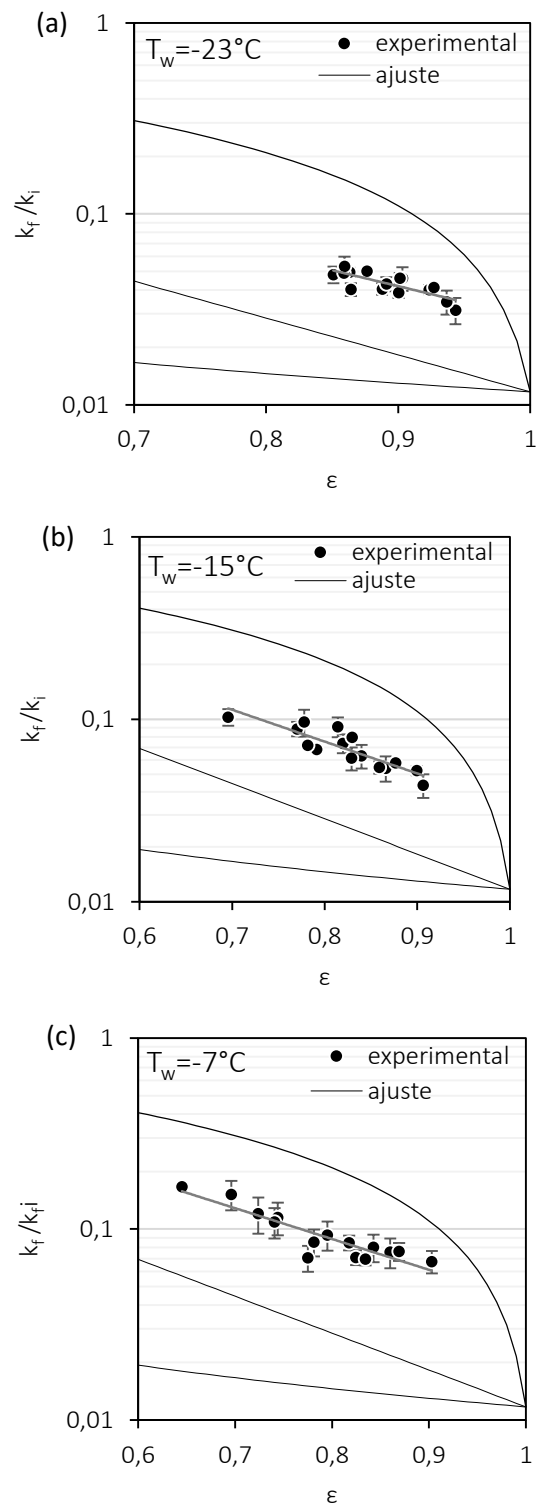


Figura 26 - Relação entre condutividade térmica e porosidade nos três níveis de temperatura: -23°C (a), -15°C (b) e -7°C (c)

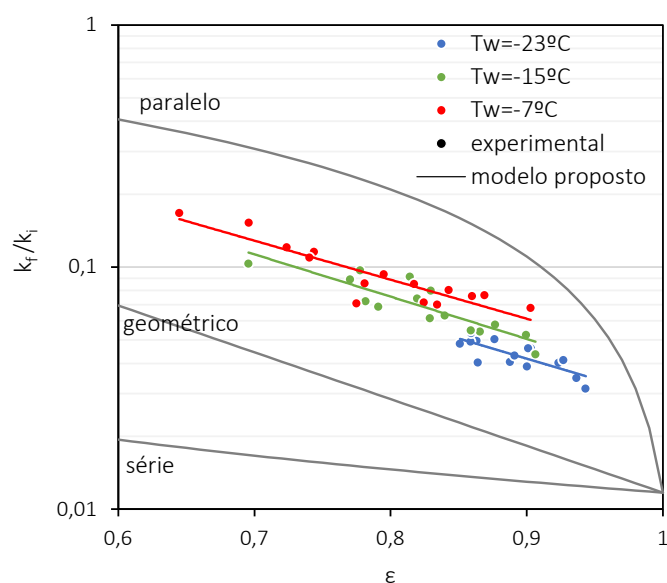


Figura 27 - Condutividade térmica da geada em função da porosidade e temperatura

A Figura 28 compara as correlações desenvolvidas para placa plana e canal, onde se percebe o mesmo comportamento, porém com uma leve variação na inclinação das curvas.

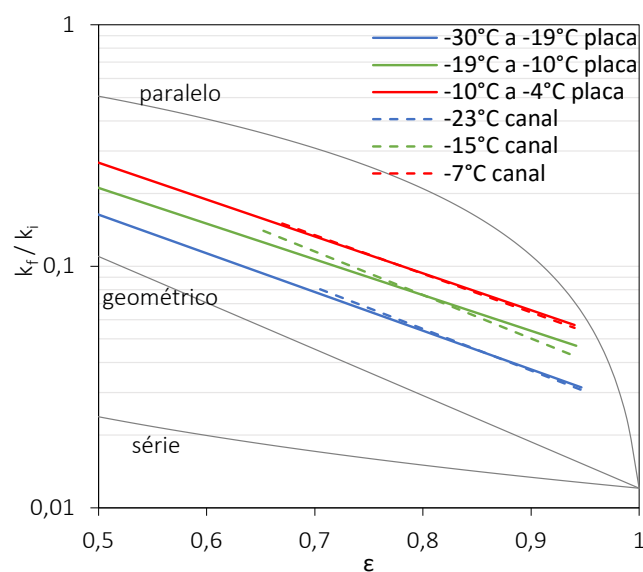


Figura 28 - Comparação entre as correlações de placa plana e canal de placas paralelas

Essa variação no comportamento é esperada, pois os dados da literatura relativos à placa plana englobam diferentes temperaturas dentro de uma mesma faixa (tendo variações nos valores de k_a e k_i e também na difusão interna), enquanto os dados experimentais na geometria de canal foram feitos todos em uma mesma condição de temperatura. Além disso, a faixa de porosidades das condições experimentais de canal é mais restrita ($0,65 < \varepsilon < 0,95$) que os dados de placa plana obtidos na literatura, ($0,5 < \varepsilon < 1$). Entretanto, o padrão geral é

muito semelhante, como já era de se esperar, uma vez que os efeitos das variações no escoamento de ar não têm efeito significativo na condutividade térmica da geada.

O efeito da morfologia não adquire grande importância, uma vez que nos estágios iniciais (baixa densidade e alta porosidade), há um período de crescimento da geada na forma de placas (como esperado pela morfologia), dando origem a uma geada com menor condutividade térmica. Porém, à medida que novas moléculas de vapor se difundem ao longo da camada, o efeito da difusão passa ser mais forte e a temperatura da superfície passa a não mais influenciar no formato adquirido pela geada, que adquire características de colunas, aumentando a condutividade térmica.

Como a análise realizada não se aplica aos instantes iniciais do crescimento da geada, essa variação inicial na morfologia não influencia de forma significativa na correlação.

Nas faixas de temperatura em que o crescimento é axial, percebe-se que o aumento da condutividade térmica se dá de maneira mais gradual à medida que a geada cresce e adensa, indicando que, desde o início, há o crescimento na forma de colunas, que se mantém constante ao longo do tempo.

A curva de temperatura mais alta (-7°C) apresenta a maior condutividade térmica devido à combinação de dois efeitos: maior condutividade térmica do gelo e do ar, e maior difusão ao longo da camada de geada.

A Figura 29 mostra a comparação entre a condutividade térmica experimental, com sua faixa de incerteza experimental, e a ajustada pela correlação.

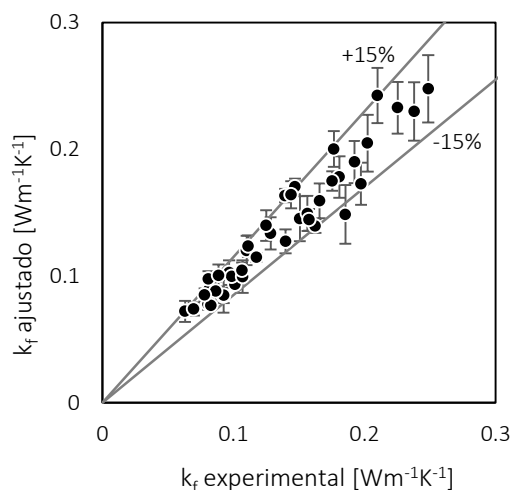


Figura 29 - Comparação entre a condutividade térmica experimental e a ajustada correlação apresentada

Verifica-se que apenas 4 pontos estão fora da faixa de 15% de erro, indicando que a correlação apresentada é bastante confiável.

4.4.3 Influência da velocidade do ar

Apesar da literatura indicar que a velocidade do ar não influencia na condutividade térmica da geada, e testes complementares foram realizados para confirmar tal hipótese. O teste #4 foi feito em três condições diferentes de velocidade e num canal de escoamento com 10 mm de altura, e os resultados de condutividade térmica foram comparados com a correlação desenvolvida. A Tabela 13 resume os principais resultados encontrados. A relação completa com todos os parâmetros de cada teste e as incertezas associadas se encontra no Apêndice IV.

Tabela 13 - Resultados de densidade e condutividade térmica para diferentes velocidades

	t (min)	M (g)	δ_f (mm)	ρ_f (kg m ⁻³)	ε	k_f (W m ⁻¹ K ⁻¹)
#4a $u_a = 1,2 \text{ m s}^{-1}$	30	0,20	1,15	72,37	0,922	0,0862
	60	0,39	1,72	93,53	0,899	0,0781
	90	0,59	2,08	118,43	0,872	0,1129
	120	0,81	2,46	136,31	0,853	0,1126
#4b $u_a = 1,7 \text{ m s}^{-1}$	30	0,24	1,30	75,05	0,919	0,1051
	60	0,46	1,88	100,73	0,891	0,1105
	90	0,63	2,27	114,58	0,876	0,1246
	120	0,88	2,60	140,08	0,849	0,1363
#4c $u_a = 2,2 \text{ m s}^{-1}$	30	0,25	1,36	75,05	0,919	0,0934
	60	0,46	1,97	97,39	0,895	0,1174
	90	0,68	2,33	120,63	0,870	0,1069
	120	0,97	2,91	138,38	0,850	0,1303

Observa-se na Figura 30(a) que a velocidade maior provoca um aumento na deposição de massa ao longo do tempo. Porém, como a espessura da geada também aumenta (Figura 30b), porosidade final do meio formado se torna independente da velocidade, como mostra a Figura 31.

Uma vez que a velocidade não influi de forma significativa na porosidade do meio, espera-se que também não afete a condutividade térmica. A Figura 32 indica que, dentro da incerteza experimental, a condutividade térmica é a mesma nas três velocidades, sendo função apenas da porosidade.

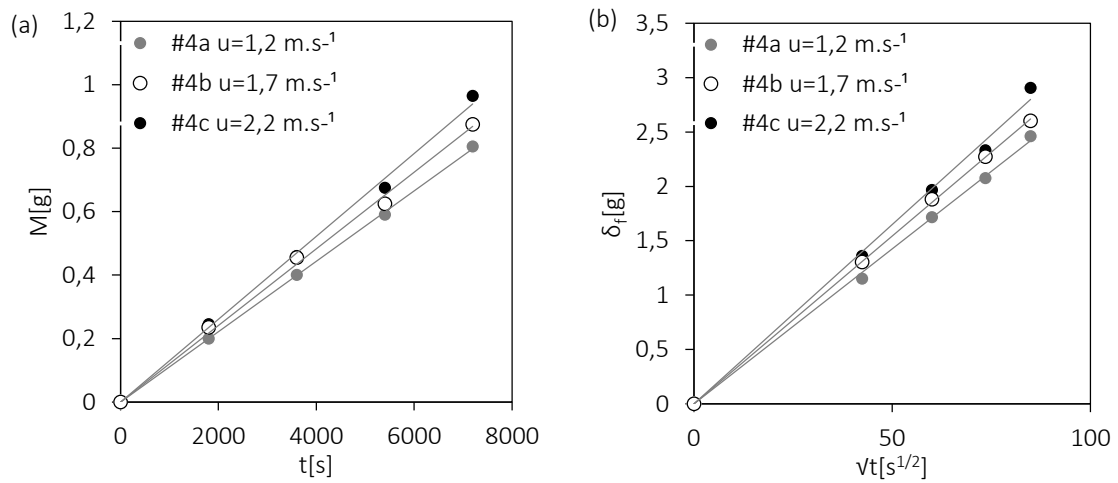


Figura 30 - Evolução temporal da massa de geada depositada (a) e da espessura (b) em diferentes velocidades

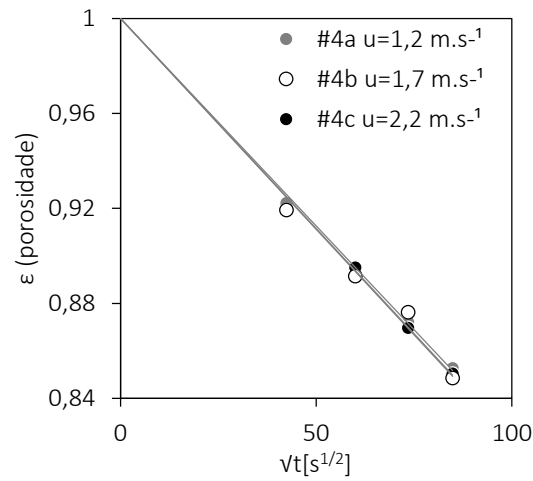


Figura 31 - Evolução temporal da porosidade da geada em diferentes velocidades

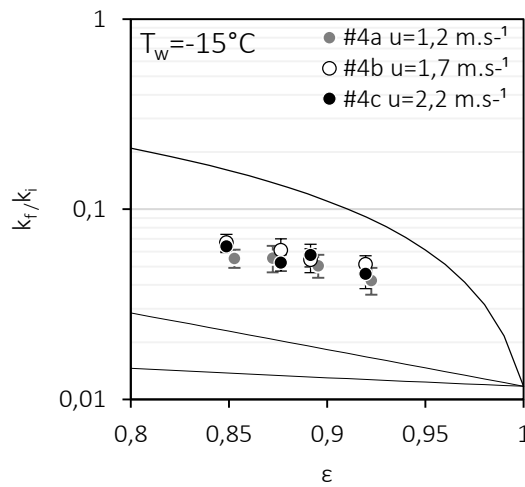


Figura 32 - Variação da condutividade térmica da geada em função da porosidade para diferentes velocidades

Os valores da condutividade térmica experimentais foram comparados com os valores obtidos através da equação (2.7), com os coeficientes ajustados da Tabela 12.

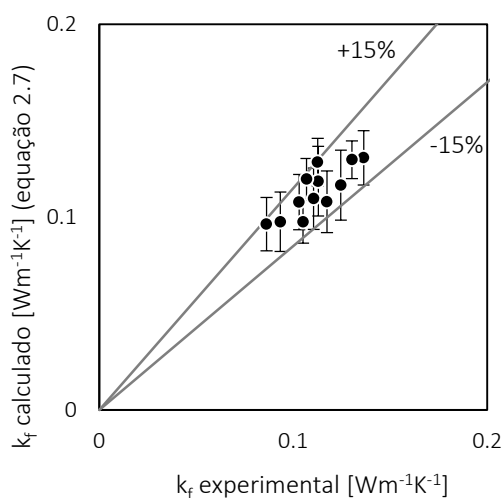


Figura 33 - Comparação entre os valores experimentais e os obtidos pela equação (2.7)

Como esperado, a condutividade térmica não foi afetada significativamente pela velocidade, e todos os pontos experimentais se encontram dentro da faixa de 15% de erro, indicando que a correlação desenvolvida pode ser utilizada para diferentes velocidades.

4.5 SÍNTESE DA ETAPA EXPERIMENTAL

O capítulo 4 apresentou todo o trabalho experimental desenvolvido, com o detalhamento do equipamento utilizado e a metodologia de cálculo para a medição a condutividade térmica experimental. Uma correlação semi-empírica foi ajustada, apresentando resultados bastante semelhantes aos de condutividade em placa plana. A correlação é capaz de prever 89% dos pontos experimentais dentro uma faixa de erro de $\pm 15\%$.

Comprovou-se que a temperatura do substrato e a porosidade do meio são os fatores que mais influenciam a condutividade térmica da geada, enquanto fatores como umidade e temperatura do ar afetam apenas a densidade do meio (sem afetar de modo direto a condutividade). A velocidade do ar não afetou as propriedades termofísicas do meio.

5 MODELO DE FORMAÇÃO DA GEADA

5.1 GEOMETRIA FRACTAL

A teoria de fractais surgiu da observação de objetos que possuíam dimensões anômalas, que não podiam ser descritos apenas através da geometria euclidiana. Tentativas de descrever a natureza desses objetos têm sido feitas desde a década de 1920. Foi Mandelbrot, em 1975, quem deu origem ao termo fractal (VICSEK, 1989).

A principal característica de um objeto de geometria fractal é a auto similaridade: independentemente da escala em que o objeto é observado, o padrão é sempre o mesmo e, ao dividir o objeto em pedaços menores, cada pedaço será estatisticamente igual ao objeto inteiro.

Os sistemas fractais têm sido amplamente utilizado para representar diversas formas na natureza, em particular quando se deseja simular processos de crescimento grão a grão, representativo de materiais cristalinos (AVERY *et al.*, 1998), sistemas de deposição de íons (YADAV *et al.*, 2015), solidificação de materiais (GENAU *et al.*, 2013), além da simulação da formação de geada (LIU *et al.*, 2010; CHEN *et al.*, 2012).

5.1.1 Dimensão fractal

A dimensão fractal especifica a magnitude da escala na qual as características de auto similaridade se conservam. Ao contrário das formas descritas pela geometria euclidiana, que possuem uma, duas ou três dimensões (nunca números fracionados), os fractais, por possuírem geometria irregular, necessitam de uma definição alternativa para que sua dimensão seja determinada.

Partindo da geometria euclidiana, ao selecionar um objeto e dividir seu tamanho por uma razão r_s em cada uma das suas direções espaciais, obtém-se $N=L^D$ objetos iguais ao original (o tamanho é reduzido, mas o formato continua o mesmo), sendo D o número de dimensões.

Como exemplo, a Figura 34 mostra um quadrado de lado 1, dividido por 2 em cada uma de suas dimensões, gerando 4 quadrados iguais ao original ($4=2^2$). Ao ser dividido por 3 em cada dimensão, são gerados 9 quadrados iguais ao original ($9=3^2$). Por ser um objeto simples, sabe-se intuitivamente que o quadrado possui duas dimensões (altura e largura), sendo descrito pela geometria euclidiana.

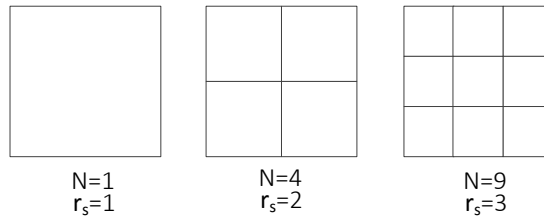


Figura 34 - Exemplo de objeto com geometria euclidiana

Pode-se aplicar a mesma lógica a um objeto de geometria fractal. Na Figura 35, começando com uma linha, pode-se dividi-la por três e retirar o segmento do meio, dando origem a 2 segmentos com tamanho $1/3$ do original. Repetindo novamente, serão 4 segmentos com tamanho $1/3$ do anterior (ou $1/9$ do tamanho original). Por ser uma linha, a primeira impressão é a de que a dimensão do objeto será 1, porém, verifica-se que $D = \ln(2)/\ln(3) = \ln(4)/\ln(9) = 0,792$.



Figura 35 - Exemplo de objeto com geometria fractal

Para objetos que seguem a geometria fractal, tem-se que:

$$D = \lim_{r_s \rightarrow \infty} \frac{\ln(N)}{\ln(r_s)} \quad (5.1)$$

Apesar de fornecer uma definição mais formal para a dimensão fractal, a equação (5.1) nem sempre é prática. Existem outras maneiras mais práticas de determinar a dimensão fractal, dependendo da técnica usada para estimar o formato do objeto, como será descrito a seguir.

5.1.2 DLA

O método de agregação por difusão limitada (DLA, do inglês *diffusion limited aggregation*) foi inicialmente proposto por Witten e Sander (1981) com o objetivo de simular a deposição de íons em solução sobre uma superfície metálica, desenhando o caminho aleatório seguido pelas partículas. O modelo mostrou-se aplicável em outros casos, mas apenas quando a difusão é o mecanismo dominante de transferência de massa.

As regras de crescimento propostas por eles são bastante simples: inicia-se com uma partícula (semente) em uma posição pré-estabelecida. Uma nova partícula é então liberada em

uma posição aleatória distante dessa primeira e é deixada livre para difundir até que encontre a semente. Quando o encontro ocorre, a partícula é instantaneamente imobilizada e passa a fazer parte do agregado. Uma nova partícula é solta em outro ponto aleatório e o processo continua indefinidamente. Após algumas centenas de partículas, o modelo gera estruturas no formato de árvores, frouxamente ramificadas e com características de auto similaridade. A Figura 36 mostra uma estrutura formada com o uso de um algoritmo de base DLA.

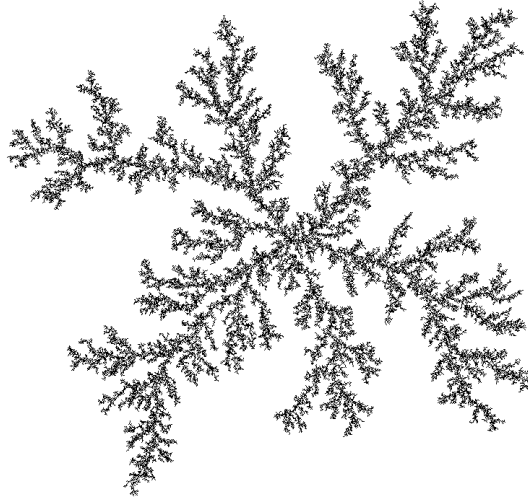


Figura 36 - Exemplo de estrutura formada com o uso de DLA (VICSEK, 1992)

Tal método será empregado para simular a formação de geada, uma vez que a deposição das partículas de vapor de água é um processo dominado pela difusão (HERMES, 2012) e os cristais de gelo apresentam crescimento dendrítico com formas similares às aquelas geradas por um modelo DLA.

5.1.3 Dimensão fractal no DLA

Na utilização do método DLA, a dimensão fractal (D) pode ser estimada a partir da seguinte equação (VICSEK, 1989):

$$N(h_s) \sim h_s^{-D} \quad (5.2)$$

onde h_s é a distância a partir da primeira “semente” e N é o número de pontos a tal distância. No caso do modelo usado para crescimento de geada, o valor de h_s é a distância a partir da placa resfriada, a qual foi “semeada” aleatoriamente com partículas. Observações fotográficas relativas à espessura e à densidade da geada feitas por Hayashi (1977) indicam que o perfil esperado para a distribuição de geada é aquele apresentado pela Figura 37.

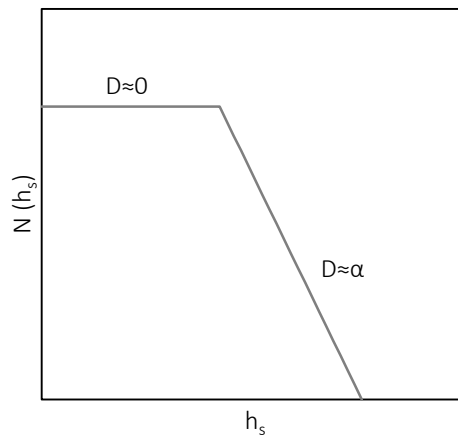


Figura 37 - Padrão de distribuição das partículas de geada (adaptado de YOSHIDA *et al.*, 2001)

Observa-se nesse perfil que, na região mais próxima da superfície fria, há um número constante de partículas independentemente da distância até placa (a chamada camada madura, com densidade constante e $D \approx 0$). Entretanto, a partir de certo ponto, o número de partículas passa a diminuir de maneira linear com a distância, numa reta com inclinação α . Essa é a chamada camada de crescimento, onde $D \approx \alpha$.

5.2 MODELO PROPOSTO

A partir de adaptações feitas no algoritmo original de crescimento DLA de Witten e Sander (1981), um modelo de crescimento da camada de geada foi desenvolvido, com as seguintes características principais:

- É simulado o crescimento da geada em um canal de placas paralelas, mas, devido à simetria do crescimento, apenas a metade inferior é considerada, com uma malha cartesiana uniforme;
- Inicialmente, todos os volumes da parede são preenchidos com geada (o equivalente à “semente” usada no algoritmo original). Em seguida, partículas são adicionadas aleatoriamente à malha, para que possam formar um agregado, seguindo a lógica do algoritmo descrito na Figura 38.
- Tanto o volume inicial, onde a partícula é solta, quanto a direção que ela deve tomar a cada instante são definidos aleatoriamente, de maneira que todas as posições e direções tem a mesma probabilidade de serem escolhidas. Uma vez na malha, cada partícula pode seguir as direções mostradas na Figura 39.

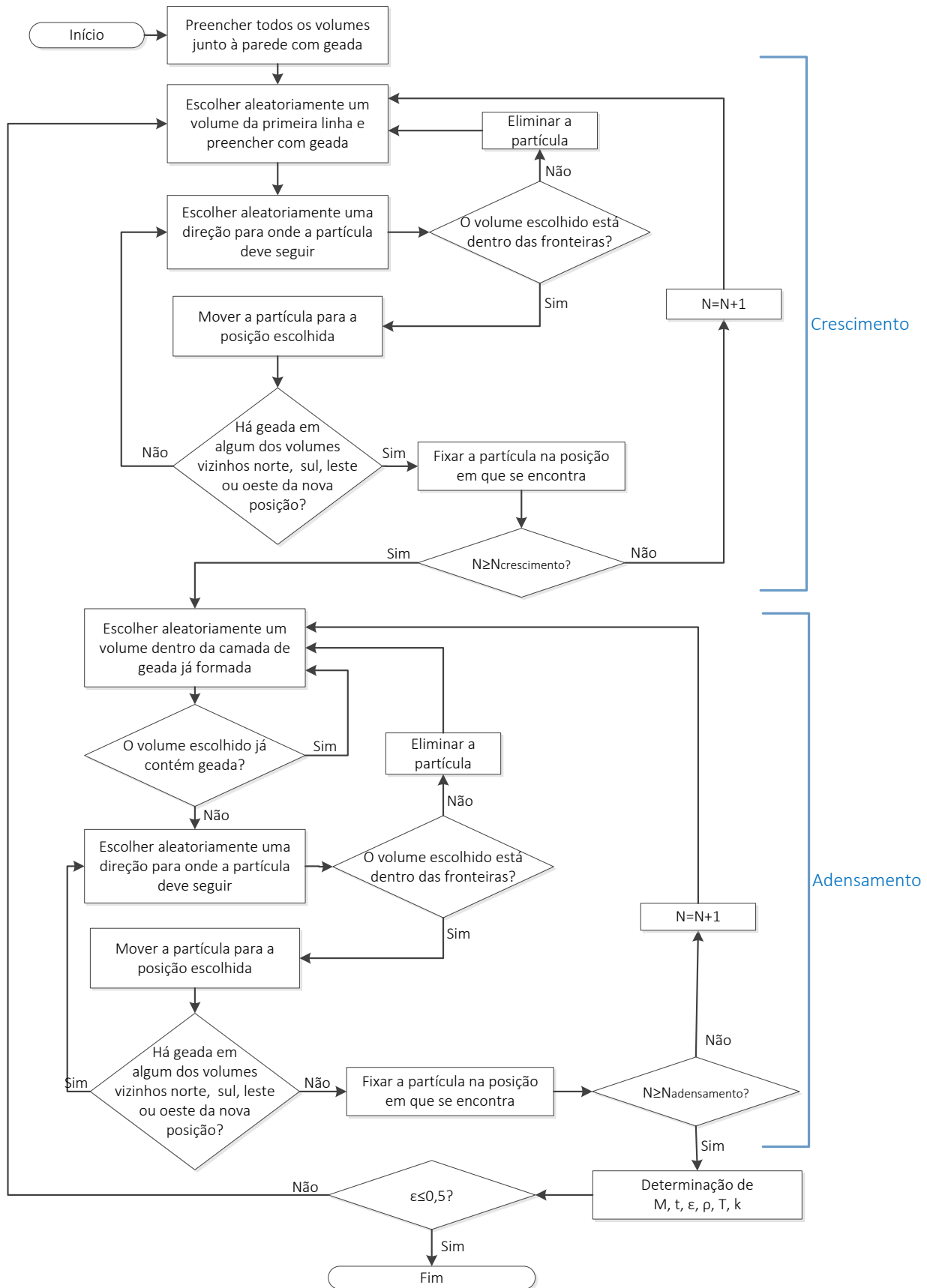


Figura 38 - Algoritmo de solução para o modelo DLA

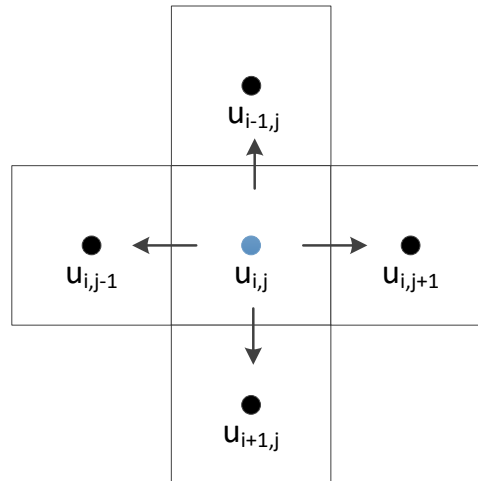


Figura 39 - Possíveis caminhos que a partícula pode seguir

Experimentalmente, sabe-se que o fluxo mássico de vapor d'água para o meio poroso permite o crescimento e o adensamento da geada de forma simultânea. Para que o modelo consiga simular esse comportamento, dois padrões de adição de partículas foram adotados:

i) Crescimento:

Cada partícula de geada é inicialmente colocada no topo da malha e se difunde aleatoriamente até encontrar um volume já preenchido com geada. Desse modo, quando o meio já está formado, há pouco espaço para as partículas adentrarem na camada de geada, tal que as novas partículas se depositam preferencialmente na camada superior, aumentando a espessura do aglomerado formado. A Figura 40 representa a primeira partícula adicionada no ponto (1) e o caminho aleatório percorrido por ela até chegar ao ponto (21), onde encontra outro volume preenchido na vizinhança e se fixa nessa posição.

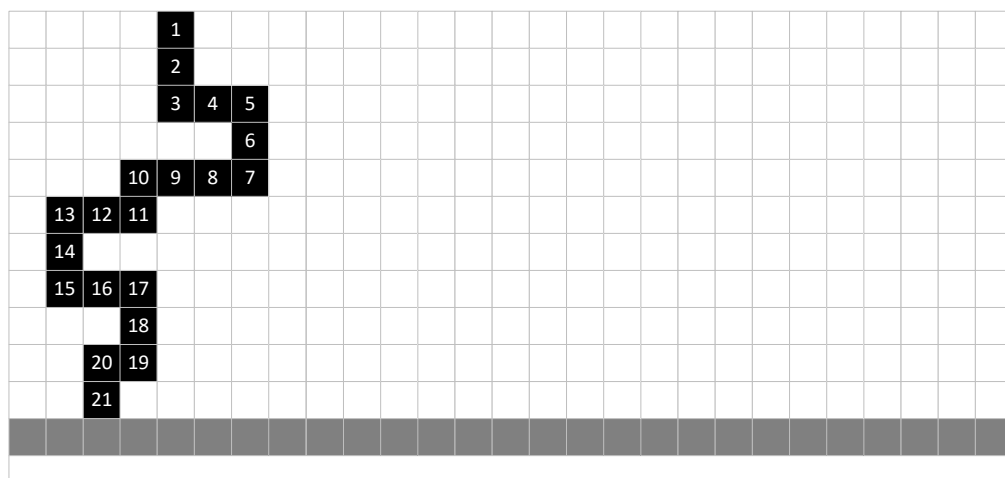


Figura 40 - Exemplo de caminho aleatório percorrido por uma partícula

ii) Adensamento:

As partículas de geada são adicionadas ao interior do aglomerado já formado, podendo difundir pelos espaços vazios. Nesse caso, as partículas são confinadas no interior do agregado, promovendo o adensamento do meio formado e diminuindo a porosidade, como mostra a Figura 41, na qual uma partícula (ponto 1, em preto) é jogada em um local aleatório no interior do meio já formado (pontos em cinza) e se difunde aleatoriamente até o ponto (9), onde encontra um volume preenchido com geada na vizinhança e se fixa nessa posição.

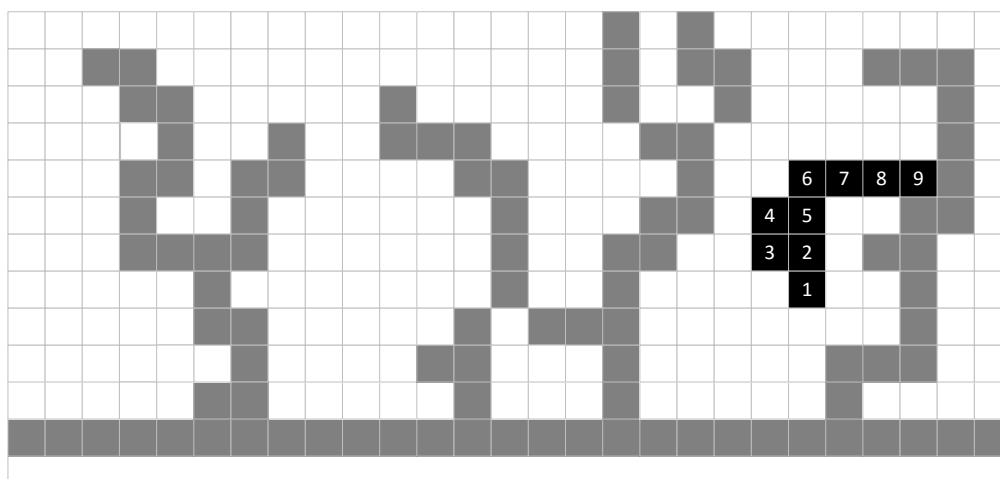


Figura 41 - Caminho aleatório percorrido por uma partícula de adensamento

O processo de adensamento é o que difere o modelo atual de outros encontrados na literatura (como YOSHIDA *et al.*, 2001; LIU *et al.*, 2012; CHEN *et al.*, 2012), uma vez que os outros autores promovem apenas o crescimento com as partículas saindo do topo, podendo se movimentar apenas nas direções sul, leste ou oeste. O modelo proposto é o único em que a partícula pode seguir nas quatro direções mostradas na Figura 39, fisicamente mais coerente com um processo dominado pela difusão.

A escolha do número de partículas adicionadas em cada etapa ($N_{\text{crescimento}}$ e $N_{\text{adensamento}}$) é feita observando-se o meio poroso formado, e a sequência adotada foi aquela em que o meio apresenta características similares às da geada observada experimentalmente, descritas a seguir. O limite de formação do meio poroso é atingido quando a porosidade do meio atinge 0,5.

5.2.1 Avaliação do meio poroso formado

Após um número elevado de partículas serem depositadas, a estrutura adquire o padrão mostrado na Figura 42. Nesse caso, foi utilizada uma malha equivalente a 10 mm de altura

(metade de um canal de 20 mm) e 40 mm de comprimento, com volumes de controle com dimensão 0,25 mm x 0,25 mm. Foram adicionadas 3000 partículas.

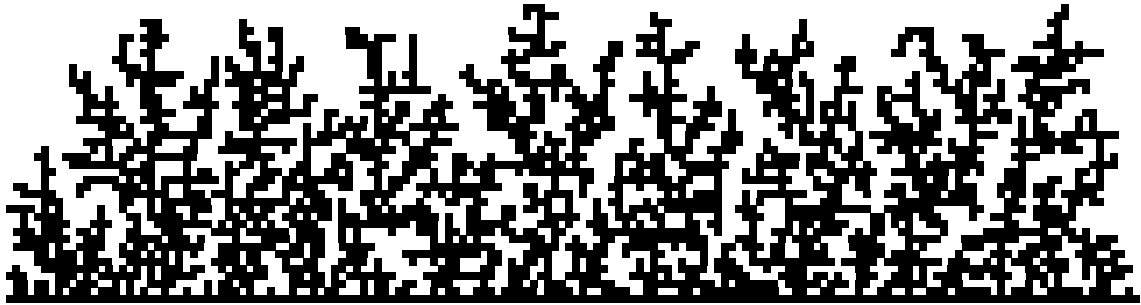


Figura 42 - Exemplo de geada formada pelo modelo DLA proposto no presente trabalho

Todas as propriedades do meio poroso formado são avaliadas a partir do desenho formado pela simulação. A massa total de geada depositada é calculada como segue:

$$M = V_i \rho_i \quad (5.3)$$

sendo V_i o volume ocupado pelas partículas de gelo e ρ_i a densidade do gelo. A porosidade é calculada a partir da sua definição:

$$\varepsilon = 1 - \frac{V_i}{V_t} \quad (5.4)$$

onde V_t é o volume total da camada de geada.

Experimentalmente, sabe-se que a massa depositada deve ser diretamente proporcional ao tempo, o que, na simulação, corresponde ao número de pontos depositados.

A equação (2.13) da análise das escalas mostrou que $\varepsilon \sim \sqrt{t}$, o que foi comprovado experimentalmente como mostrado na Figura 24. Portanto, substituindo o tempo pelo número de pontos n , espera-se que a porosidade siga o padrão $\varepsilon = 1 - c\sqrt{n}$. A Figura 43 mostra a evolução da porosidade em função do número de pontos, onde se percebe que o padrão formado é fisicamente consistente.

A avaliação da linearidade dessa curva mostra se a proporção de pontos de crescimento e adensamento é adequada. Caso o modelo fosse formado apenas pelos pontos de crescimento, a geada aumentaria de espessura sem adensar. Caso apenas pontos de adensamento fossem empregados, a porosidade diminuiria sem respeitar a escala da Figura 43.

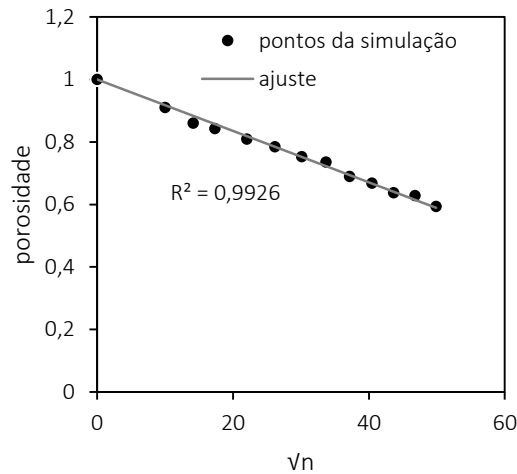


Figura 43 - Evolução da porosidade ao longo de uma simulação

A proporção mais adequada encontrada foi: 300 pontos iniciais apenas para crescimento, em seguida são intercalados 100 pontos de crescimento com 5 vezes a quantidade de pontos correspondentes à espessura da geada para adensamento. Desse modo, à medida que a geada cresce, o número de pontos de adensamento vai aumentando e o crescimento se dá de modo uniforme.

O uso do número de pontos como escala temporal é útil para uma avaliação inicial, porém uma escala de tempo fisicamente consistente deve ser utilizada. Para isso, escolheu-se a correlação de Nascimento *et al.* (2014), pois esta foi revalidada experimentalmente e considerada confiável. Assim, substituindo a equação (2.14) na equação (4.14) e a reorganizando, chega-se a:

$$t = \left(\frac{(1 - \varepsilon)\Lambda^n}{c} \right)^2 \quad (5.5)$$

Como a correlação traz consigo o número de Jakob modificado $\Lambda = c_p(T_a - T_w)/i_{sv}(\omega_a - \omega_{sat})$, as condições operacionais (temperatura da placa e condições psicrométricas do ar) são incluídas na simulação. Com isso, o modelo deixa de ser apenas matemático e passa a ter conexão com a física do problema, viabilizando a comparação com os dados experimentais para efeito de validação.

O tempo encontrado através da equação (5.5) é diretamente proporcional à massa depositada, como mostra a Figura 44. Como o modelo é baseado na geração de números aleatórios, nem todas as simulações fornecem resultados iguais e, dependendo da sequência de números gerada, diferentes curvas podem surgir. Para garantir que a curva gerada é fisicamente consistente, foi escolhido como parâmetro de verificação a linearidade da curva massa x tempo. Desse modo, o valor de R^2 da curva é calculado em cada simulação, e apenas

os casos em que R^2 é superior a 0,985 são considerados.

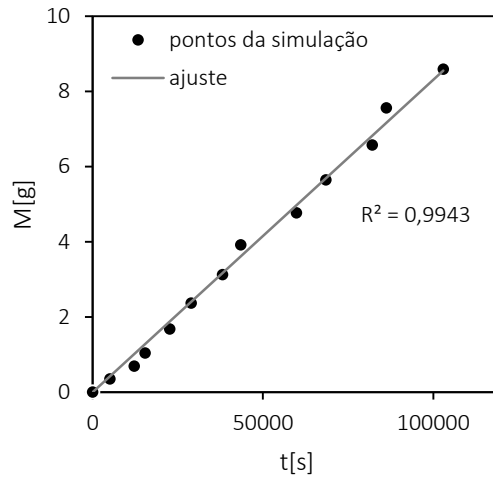


Figura 44 - Evolução temporal da massa depositada ao longo da simulação

A inclinação da curva massa x tempo também indica o fluxo mássico médio, dado por:

$$m'' = \frac{M}{t} \frac{1}{A_s} \quad (5.6)$$

No exemplo da Figura 44, o fluxo mássico é $0,068 \text{ kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}$. A partir do fluxo mássico, pode-se inferir o valor dos coeficientes de transferência de calor (h) e de massa (h_m) através da mesma metodologia usada no cálculo da condutividade térmica experimental (equações (4.6) a (4.8) da sessão 3.3). Além da massa, a espessura também tem um comportamento consistente, já que segue a escala $\delta_f \approx \sqrt{t}$ (ilustrado na Figura 24). A Figura 45 mostra a espessura da geada formada pela simulação.

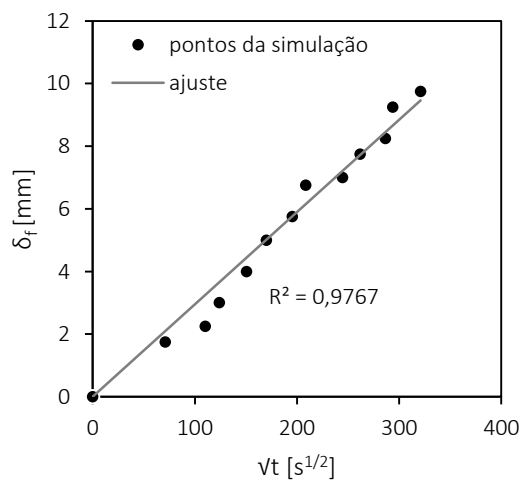


Figura 45 - Evolução temporal da espessura da geada

Outra avaliação que pode ser feita para verificar se o meio poroso formado é fisicamente consistente é comparar o perfil da distribuição de partículas, que deve seguir o

padrão observado na Figura 37. Pode-se perceber que o padrão observado na geada formada na Figura 42 segue a tendência esperada, como mostra a Figura 46.

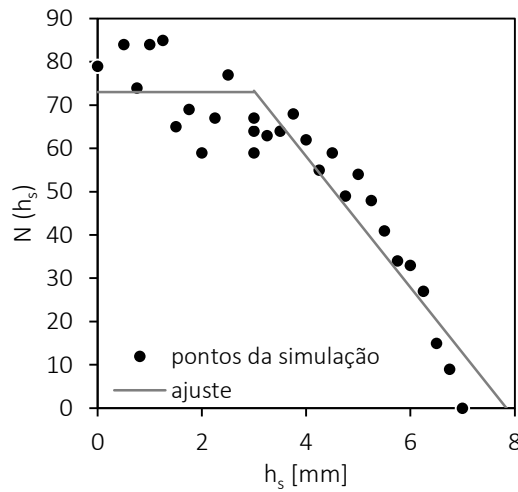


Figura 46 - Distribuição das partículas encontradas na estrutura da geada da Figura 42

5.2.2 Determinação da condutividade térmica

Uma vez encontrada a morfologia da geada, a distribuição de temperaturas ao longo da camada de geada pode ser determinada através de um balanço bidimensional de energia, considerando que não há geração de calor em nenhum ponto (PATANKAR, 1980):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) = 0 \quad (5.7)$$

onde x é a direção horizontal, y a direção vertical, T é temperatura local e k é a condutividade térmica.

O método de solução escolhido foi o dos volumes finitos. A Figura 47 representa o volume de controle (P), de dimensão $(\Delta x, \Delta y, 1)$ e os volumes vizinhos ao norte (N), sul (S), leste (E) e oeste (W), separados por uma distância uniforme δ . As letras minúsculas (n, s, e, w) indicam as fronteiras.

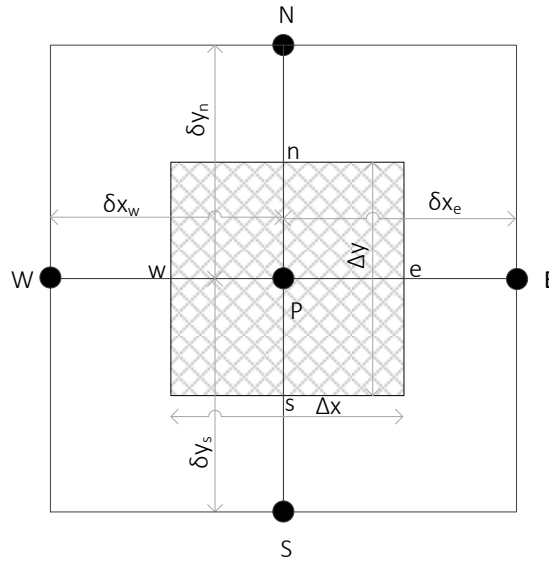


Figura 47 - Volume de controle 2-D

Integrando a equação (5.7),

$$\int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx dy + \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) dx dy = 0 \quad (5.8)$$

e discretizando-a, obtém-se:

$$\left[\left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right)_e - \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right)_w \right] \Delta y + \left[\left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right)_n - \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right)_s \right] \Delta x = 0 \quad (5.9)$$

onde:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_e = \frac{T_E - T_P}{\delta x_e} \quad (5.10)$$

sendo T_E e T_P são as temperaturas do volume de controle a leste e do volume de controle em questão, respectivamente. Discretização semelhante é realizada nas demais fronteiras. Substituindo (5.10) em (5.9), chega-se a:

$$A_P T_P = A_E T_E + A_W T_W + A_N T_N + A_S T_S \quad (5.11a)$$

onde:

$$A_E = \frac{k_e \Delta x}{\delta y_e} \quad (5.11a)$$

$$A_W = \frac{k_w \Delta x}{\delta y_w} \quad (5.11a)$$

$$A_N = \frac{k_n \Delta y}{\delta x_n} \quad (5.11a)$$

$$A_S = \frac{k_s \Delta y}{\delta x_s} \quad (5.11a)$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S \quad (5.11a)$$

A equação (5.11a) é algébrica e deve ser resolvida em cada volume de controle simultaneamente. Para isso, o sistema de equações lineares é resolvido com o uso do método do algoritmo de matriz tri diagonal (TDMA)66 linha por linha, descrito no Apêndice V. Por ser um processo iterativo, o tempo computacional gasto para a resolução é bastante considerável.

As condições de contorno são: temperaturas da parede (T_w) e do meio do canal (T_a) prescritas e paredes laterais adiabáticas. O valor de k em cada fronteira é calculado de acordo com o conteúdo dos volume que a fronteira divide: gelo (k_i) ou ar (k_a). Nos pontos de fronteira entre um volume com gelo e um com ar, a condutividade térmica k é calculada através da média harmônica (k_m) entre k_a e k_i (PATANKAR, 1980):

$$k_m = \frac{2k_a k_i}{k_a + k_i} \quad (5.12)$$

Uma vez resolvido o balanço de energia, têm-se a temperatura em cada volume de controle. A Figura 48 mostra a distribuição das temperaturas da camada de geada formada na Figura 42, num caso em que a temperatura da parede é -7°C e a temperatura do ar é 8°C .



Figura 48 - Distribuição de temperaturas ao longo da camada de geada da Figura 42

Em cada volume de controle, podem ser calculados os fluxos de calor sensível transferidos em cada uma das fronteiras. Como exemplo, na fronteira norte (PATANKAR, 1980):

$$q_n = - \frac{k_n A_c (T_N - T_P)}{\delta y_n} \quad (5.13)$$

sendo q o calor transferido na fronteira e A_c a área transversal ao fluxo de calor. Como a malha escolhida é 2-D e os volumes são considerados com profundidade unitária tal que, $A_c = \Delta x$ nas fronteiras norte e sul e $A_c = \Delta y$ nas fronteiras leste e oeste. O mesmo processo se aplica às outras fronteiras. Como não há geração de calor, o balanço de energia em cada volume de controle é o seguinte:

$$q_e + q_w + q_n + q_s = 0 \quad (5.14)$$

Como não há troca de calor nas paredes laterais, pode-se fazer um balanço de energia na linha inteira e, nesse caso, o calor total transferido pela fronteira norte deve ser igual ao calor transferido pela fronteira sul. Dentro de cada linha há fluxos de calor laterais, mas, ao se analisar a linha inteira, esses fluxos se anulam. Assim, o calor total trocado na fronteira norte de todos os volumes de controle de uma única linha deve ser calculado da seguinte forma.

$$q'_n = - \sum_{j=1}^{nx} \frac{k_n \Delta x (T_N - T_P)}{\delta y_n} \quad (5.15)$$

sendo q'_n o calor total transferido pela fronteira norte em cada linha por unidade de comprimento, j o índice de cada coluna e nx o número total de volumes de controle em cada linha. Procedimento semelhante pode ser aplicado na fronteira sul, tal que q'_n deve ser igual a $-q'_s$ para que a energia seja conservada.

Considerando que os processos de transferência de calor são considerados quase-estáticos (HERMES *et al.*, 2009), o sistema pode ser considerado em equilíbrio térmico, de modo que o calor transferido em todas as camadas é constante. O fluxo de calor médio é calculado pela seguinte equação:

$$q''_{\text{cond}} = \frac{q'_n}{L} \quad (5.16)$$

onde q''_{cond} é o fluxo de calor transferido por condução e L é o comprimento total horizontal da placa. A condutividade térmica é determinada por:

$$k_{\text{cond}} = \frac{q''_{\text{cond}} \delta_f}{T_a - T_w} \quad (5.17)$$

onde k_{cond} é a condutividade térmica da geada formada, T_{fs} e T_w são as temperaturas da superfície da geada e da superfície resfriada, respectivamente e δ_f é a espessura da camada de geada.

Para confirmar que o cálculo efetuado para determinar o calor sensível e a

condutividade térmica está correto, foram testados os casos limites de resistências em série e em paralelo, que possuem solução analítica, descrita pelas equações (2.2) e (2.3), em diferentes porosidades. Foram considerados $k_a=0,02 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ e $k_i=2,00 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ e a condutividade térmica da geada foi considerada $k_f=k_{\text{cond}}$. A comparação entre os valores de k_f encontrados numericamente e o valor esperado analiticamente está representada na Figura 49.

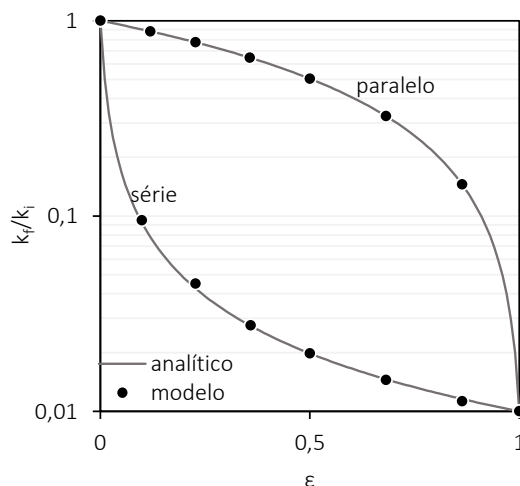


Figura 49 - Comparação entre o k efetivo encontrado numericamente o valor real

Verifica-se que os resultados numéricos apresentam uma concordância muito boa com a solução analítica, indicando que o código desenvolvido pode ser usado para determinar o calor transferido. Entretanto, essa validação foi feita numa condição ideal, ou seja, a condutividade térmica calculada (tanto analiticamente quanto pelo modelo) é aquela proveniente da condução pura, onde o calor passa de molécula a molécula numa condição de regime permanente.

Essa condição ideal não representa com exatidão o que ocorre numa situação em que há difusão de massa através do meio poroso.

Ao contrário do experimento, em que a condutividade efetiva medida leva em conta tanto a parcela de difusão como o calor associado ao crescimento e adensamento, o modelo calcula a condutividade térmica unicamente pela condução molécula a molécula. Para que o modelo apresentado possa ser validado com dados experimentais, deve ser considerada a condutividade térmica efetiva de um meio poroso em crescimento.

Segundo Auracher (1986):

$$k_{\text{eff}} = k_{\text{cond}} + k_{\text{dif}} \quad (5.18)$$

onde k_{eff} é a condutividade térmica efetiva, e k_{cond} é a condutividade numa situação de condução pura de calor, e k_{dif} é a parcela referente à difusão mássica que transporta energia.

Da lei de Fourier:

$$q'' = -k \frac{dT}{dy} \quad (5.19)$$

Pode-se incluir as duas parcelas:

$$k_{\text{eff}} = -(q''_{\text{cond}} + q''_{\text{dif}}) \left(\frac{dy}{dT} \right) \quad (5.20)$$

sendo q''_{con} o calor determinado numericamente através equação (5.16) e q''_{dif} a energia transportada pelas moléculas de vapor até dessublimarem (AURACHER, 1986):

$$q''_{\text{dif}} = m'' i_{sv} \quad (5.21)$$

Desse modo, pode-se determinar a condutividade térmica efetiva ao longo da camada de geada:

$$k_{\text{eff}} = (q''_{\text{con}} + m'' i_{sv}) \frac{\delta_f}{T_a - T_w} \quad (5.22)$$

A equação (5.22) permite que a geração de partículas aleatórias passe a respeitar o princípio da conservação da energia com a liberação de calor no instante em que as partículas surgem no meio.

5.3 VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL

Por simular o comportamento aleatório, o modelo não determina as propriedades de forma contínua, mas sim em cada ponto separadamente, fazendo com o resultado apresente certa dispersão dos pontos, com comportamento similar ao dos dados experimentais.

Os resultados gerados pelo programa foram comparados com os dados experimentais obtidos no capítulo 4, simulando as mesmas condições (como exemplo, para o teste #5: $T_w = -23^\circ\text{C}$, $T_a = 10^\circ\text{C}$, $\phi = 80\%$). A Figura 50 apresenta a relação entre a porosidade e a massa (uma vez que a massa depositada varia linearmente com o tempo), enquanto a Figura 51 mostra a evolução temporal da espessura e da massa depositada. O tempo estimado pelo modelo é aquele definido pela equação (5.5). O principal parâmetro de interesse, a condutividade térmica, tem seu comportamento representado de maneira bastante satisfatória, como mostra a Figura 52.

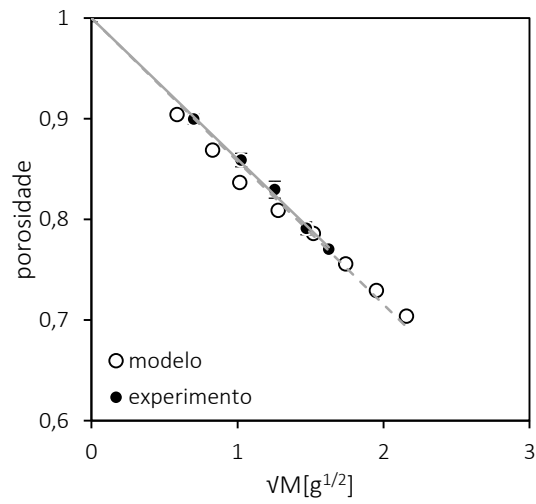


Figura 50 - Avaliação da porosidade ao longo do experimento e da simulação

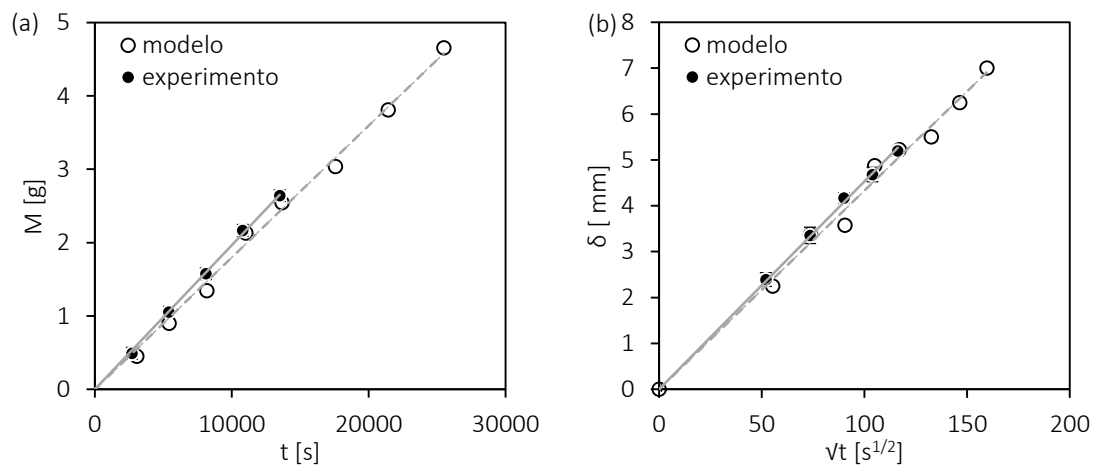


Figura 51 - Evolução temporal da massa (a) e da espessura experimentais e simuladas (b)

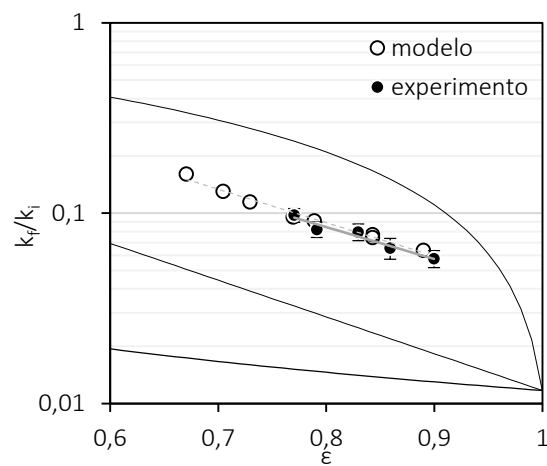


Figura 52 - Relação entre a condutividade térmica e a porosidade

5.4 REPETITIVIDADE DA SIMULAÇÃO

Como o modelo se baseia no comportamento aleatório das partículas de geada, o meio poroso formado não é sempre igual, apresentando diferenças na distribuição das partículas, forma da geada, porosidade e espessura. Por isso, é importante verificar se a condutividade térmica calculada não varia de acordo com o meio formado.

O código computacional foi utilizado para simular uma mesma condição operacional ($T_w = -15^\circ\text{C}$, $T_a = 10^\circ\text{C}$, $\phi = 80\%$). Em cada uma delas, um meio poroso diferente se formou, como mostra a Figura 53.



Figura 53 - Meio poroso formado em diferentes simulações

Verificou-se na Figura 54 que a condutividade calculada mostra o mesmo comportamento nas três simulações, variando unicamente com a porosidade. Por simular um processo unicamente difusivo, a velocidade não afeta o desenvolvimento do meio.

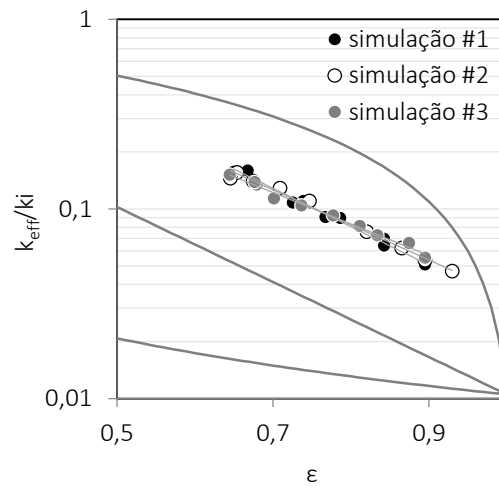


Figura 54 - Condutividade térmica em função da porosidade em três diferentes simulações

5.5 INFLUÊNCIA DA TEMPERATURA DO SUBSTRATO

Experimentalmente, verificou-se que a condutividade térmica depende da densidade/porosidade do meio e da temperatura da placa resfriada, sendo que, para uma mesma porosidade, temperaturas do substrato maiores levam a uma maior condutividade térmica. O modelo é capaz de simular esse efeito devido a dois fatores distintos:

i) Aumento da condutividade térmica de cada fase:

A Figura 55 mostra a relação entre a condutividade térmica do gelo e o do ar em função da temperatura. Verifica-se que a variação é pequena, influenciando fracamente a condutividade térmica efetiva.

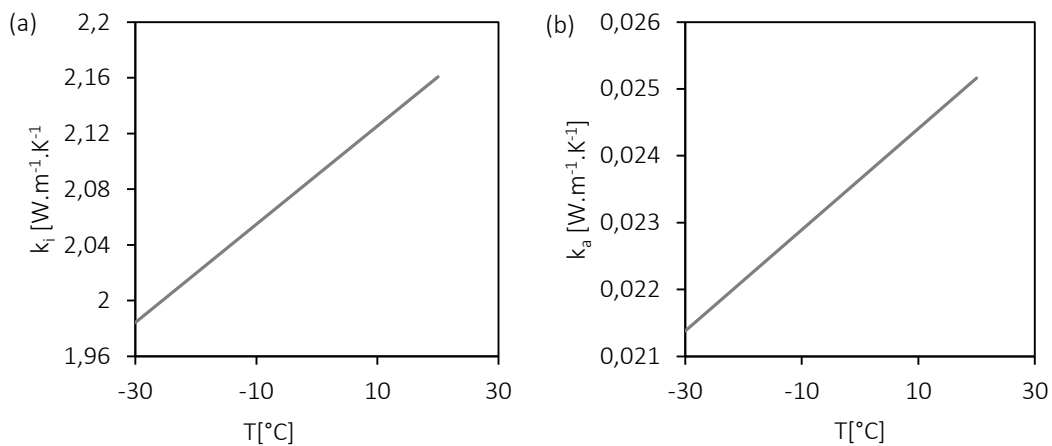


Figura 55 - Influência da temperatura sobre a condutividade térmica do gelo (a) e do ar (b)

ii) Aumento do fluxo mássico e da parcela de calor difusivo:

A correlação entre o modelo e a física é a feita através da escala temporal definida na equação (5.5), que é função do número de Jakob modificado $\Lambda = c_p(T_a - T_w)/i_{sv}(\omega_a - \omega_{sat})$. Verifica-se que a relação $(T_w - T_a)/(\omega_a - \omega_{sat})$ tende a diminuir, como se nota na carta psicrométrica representada na Figura 56.

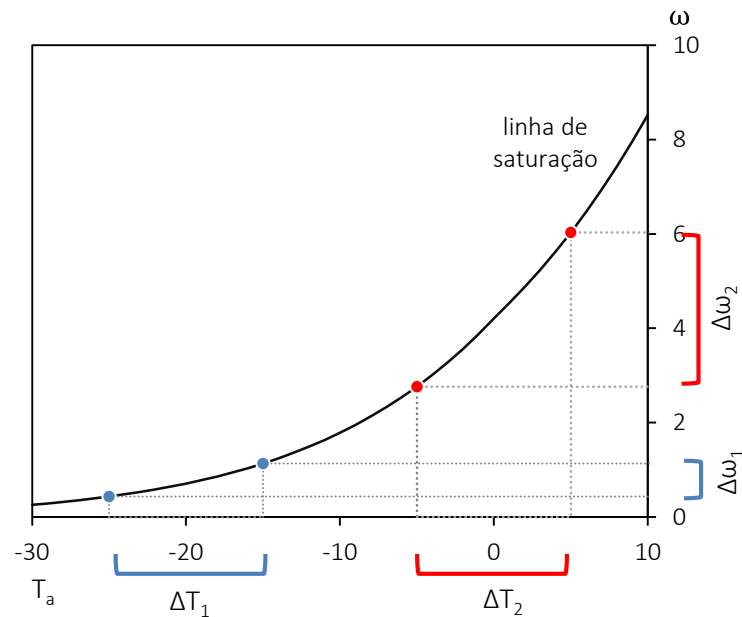


Figura 56 - Influência da temperatura do substrato na relação $\Delta T/\Delta \omega$ numa carta psicrométrica

Assim, quanto menor o número de Jakob, maior será o fluxo mássico. A Figura 57 mostra a relação entre o fluxo mássico e a temperatura do substrato. Nesse caso, foi mantida uma diferença $(T_w - T_a)$ constante e igual a 15°C , e condições de saturação foram mantidas em todas as temperaturas para efeito de cálculo.

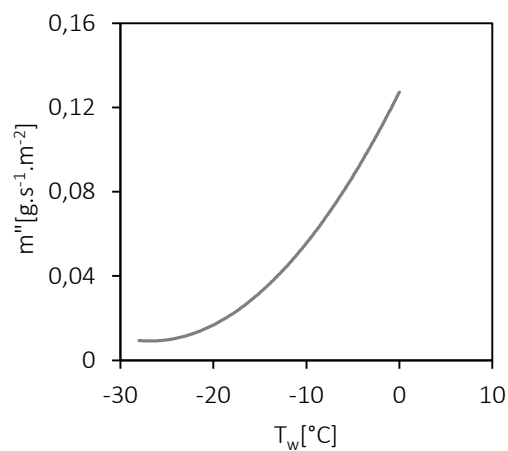


Figura 57 - Influência da temperatura do substrato no fluxo mássico

Verifica-se então que a temperatura do substrato tem um efeito significativo na parcela

difusiva do cálculo da condutividade térmica efetiva. Assim, o modelo foi utilizado para simular a condutividade térmica em diferentes temperaturas do substrato. Inicialmente, foram realizadas simulações nas mesmas condições experimentais que geraram a correlação semi-empírica: -23, -15 e -7°C, cujos resultados estão apresentados na Figura 58. Os pontos simulados foram comparados com a correlação semi-empírica desenvolvida.

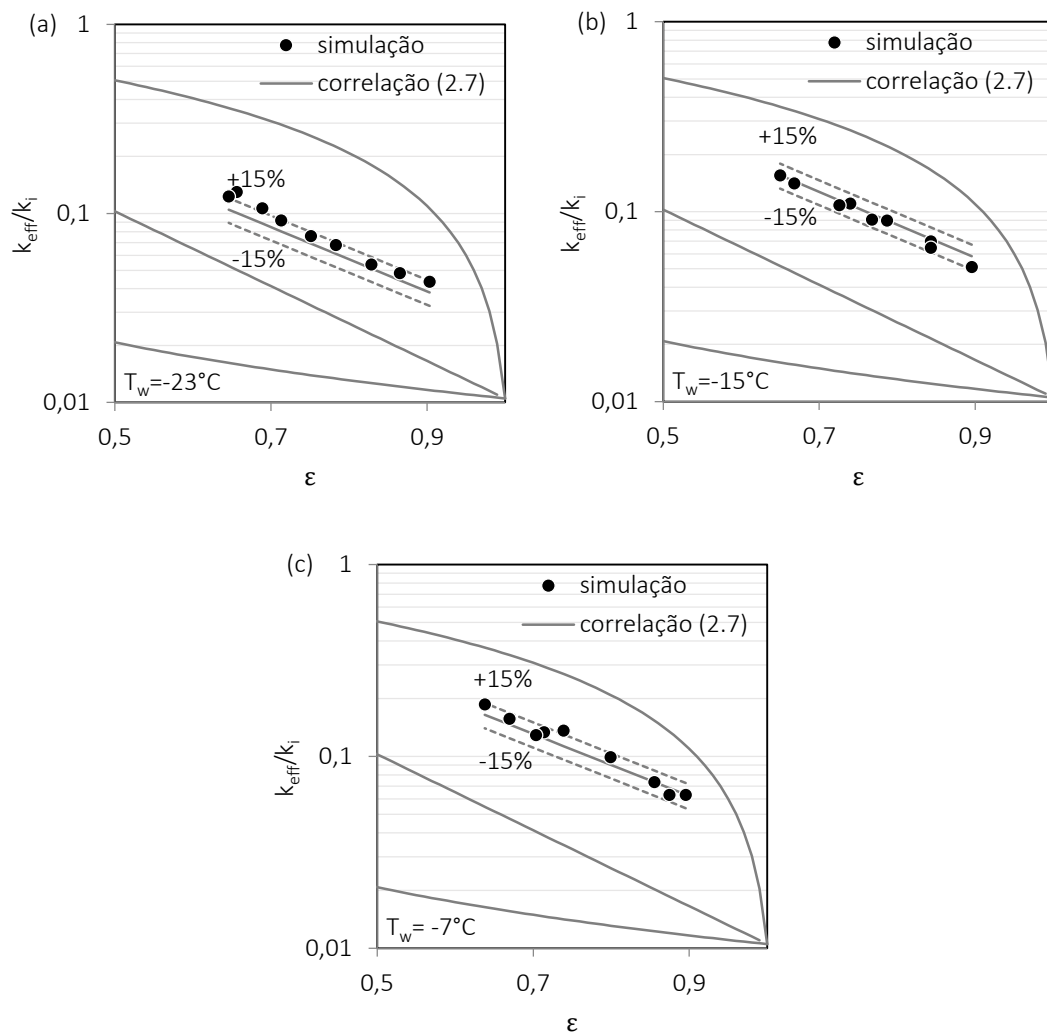


Figura 58 - Comparação entre a condutividade encontrada e a da correlação semi-empírica em três temperaturas: -23°C (a), -15°C (b) e -7°C (c)

Verifica-se que a grande maioria dos pontos se encontra dentro da faixa de 15% de erro associada à correlação (apenas 3 dos 27 pontos simulados se encontram fora dessa faixa de erro). Quando colocados todos juntos, também se observa que o padrão definido pelo modelo é o mesmo obtido experimentalmente (maiores temperaturas e menores porosidades levam a maiores condutividades térmicas), como se observa na Figura 59, onde os pontos obtidos da simulação foram ajustados em três temperaturas.

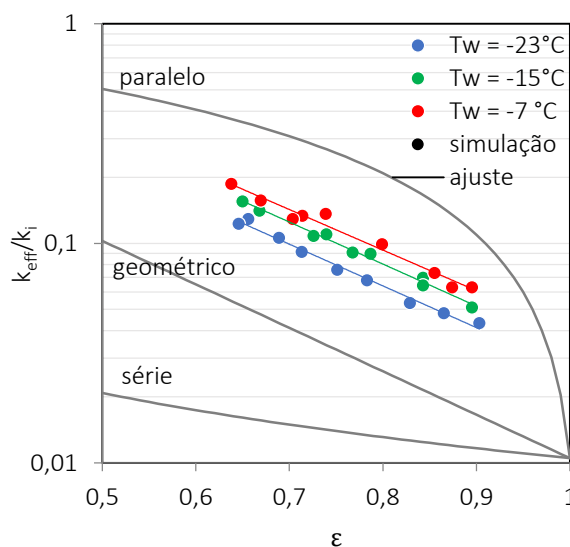


Figura 59 - Condutividade térmica encontrada em diferentes temperaturas

Após o exercício de simulação, pode-se estender a utilização do modelo para outras temperaturas, como mostra a Figura 60, onde foram ajustados os pontos encontrados pelas simulações em diferentes temperaturas.

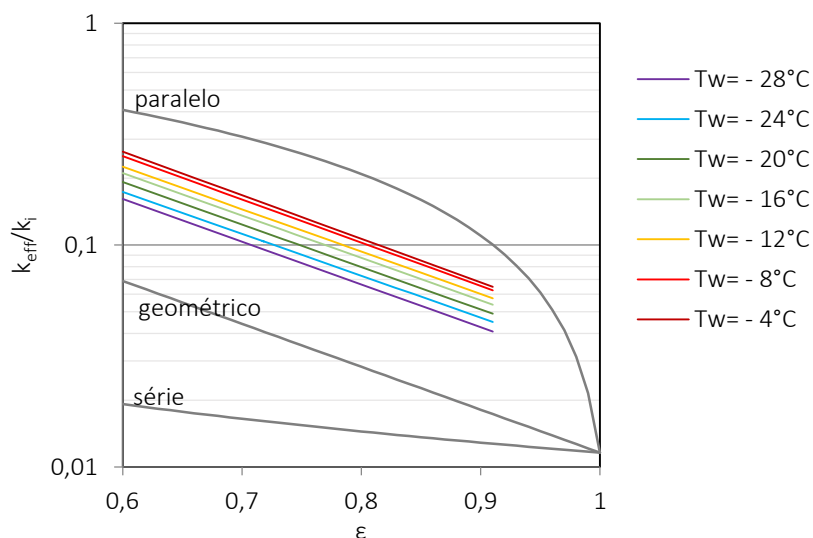


Figura 60 - Influência da temperatura do substrato na condutividade térmica da geada

A Figura 61 por sua vez, traz os dados da Figura 60 com outra apresentação: mostrando a condutividade térmica da geada em função da temperatura da superfície resfriada, mantendo-se a porosidade constante. Essa forma de apresentação deixa ainda mais evidente que maiores temperaturas levam a maiores condutividades térmicas.

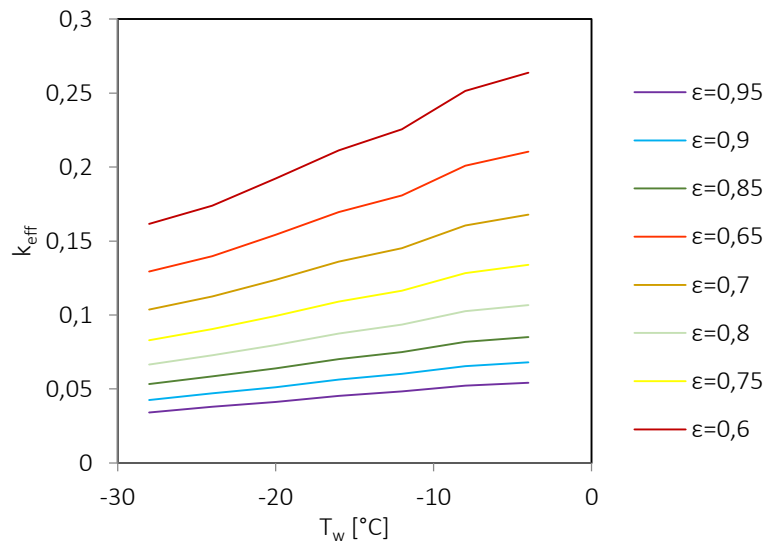


Figura 61 - Influência da temperatura do substrato e da porosidade na condutividade térmica

5.6 INFLUÊNCIA DAS PROPRIEDADES DO AR (T_a e ω_a)

Experimentalmente, verificou-se que as propriedades psicrométricas do ar afetam a densidade do meio poroso formado, embora a condutividade térmica não deve ser influenciada, já que, para uma mesma densidade, a condutividade deva ser a mesma independentemente das condições do ar.

Da maneira como a simulação é conduzida, supõe-se que a temperatura da superfície da geada é a temperatura do ar. A rigor, isso não é verdade, mas esse valor pode ser utilizado, já que o cálculo da condutividade térmica independe da temperatura escolhida.

O modelo, portanto, não deve apresentar diferença significativa na condutividade térmica calculada se a temperatura do substrato for a mesma. Reorganizando a equação (5.20),

$$k_{\text{eff}} = q''_{\text{cond}} \frac{dy}{dT} + q''_{\text{dif}} \frac{dy}{dT} \quad (5.23)$$

Verifica-se que o termo $q''_{\text{cond}} dy/dT$ não é influenciado pela temperatura do ar, pois, ao se mudar a diferença de temperatura, o valor do fluxo de calor calculado muda na mesma proporção, e a condutividade térmica calculada é a mesma.

O termo $q''_{\text{dif}} dy/dT$ também não deve ser influenciado. Partindo da lei de Fick,

$$m'' = -\rho_f D_f \frac{d\omega}{dy} \quad (5.24)$$

Substituindo na equação (5.24):

$$q''_{dif} \frac{dy}{dT} = i_{sv} m'' \frac{dy}{dT} = -i_{sv} \rho_f D_f \frac{d\omega}{dy} \frac{dy}{dT} \quad (5.25)$$

Verifica-se que o termo $d\omega/dT$ deve ser constante se a temperatura da placa for a mesma, pois a variação no grau de supersaturação é proporcional à variação no grau de superresfriamento (HERMES, 2012):

$$\frac{d\omega}{dT} \approx \frac{\omega_a - \omega_w}{T_a - T_w} \approx \frac{\omega_{fs} - \omega_w}{T_{fs} - T_w} \quad (5.26)$$

Desse modo, as condições escolhidas de temperatura e umidade do ar, e consequentemente para as condições da superfície da geada, não exerce influência sobre a condutividade térmica calculada.

5.6.1 Temperatura do ar

Os gráficos da Figura 62 mostram relação entre a porosidade e a condutividade térmica em diferentes condições de temperatura do ar, mantendo-se a temperatura da placa e a umidade relativa constante ($T_w = -7^\circ\text{C}$ e $\omega_a = 5,0 \text{ g}_{\text{H}_2\text{O}}/\text{kg}_{\text{ar seco}}$). Os resultados do modelo são comparados com os valores previstos pela equação (2.7) (correlação semi-empírica desenvolvida). Verificou-se que, independentemente da temperatura do ar, a condutividade térmica se encontra dentro do intervalo de 15% de confiança da correlação. Dos 46 pontos simulados, 44 se encontram dentro dessa faixa.

Ao se comparar todos os resultados juntos, verifica-se que as simulações em diferentes temperaturas do ar chegam a valores de condutividade térmica semelhantes, como pode ser observado na Figura 63.

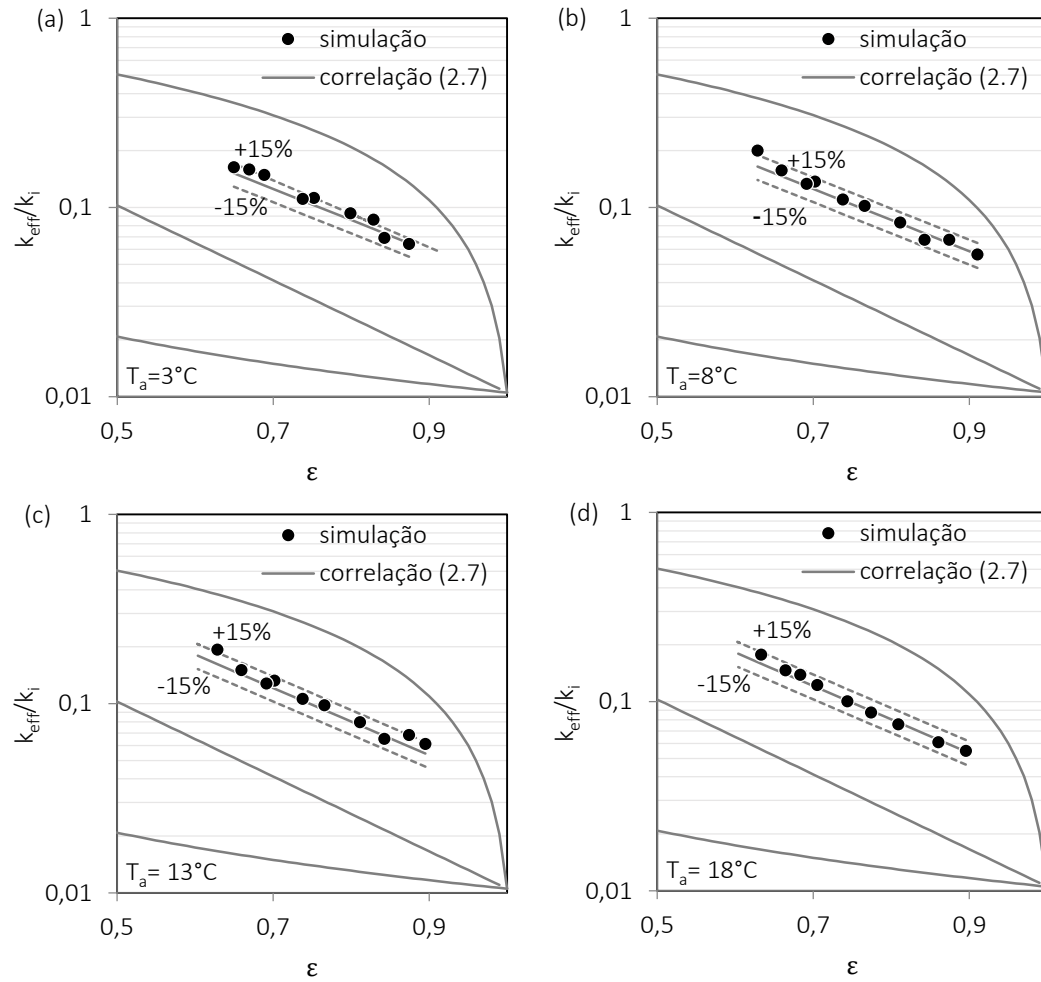


Figura 62 - Comparação entre os resultados obtidos em diferentes temperaturas

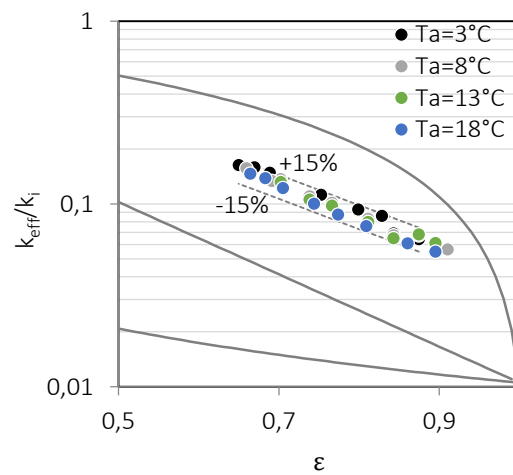


Figura 63 - Comparação entre os resultados obtidos em diferentes temperaturas

5.6.2 Umidade do ar

Assim como a temperatura do ar, não se espera que a umidade do ar influencie de maneira significativa a condutividade térmica da geada formada. A Figura 64 mostra a condutividade térmica encontrada nas diferentes condições de umidade, mantendo-se constantes as condições de temperatura da placa ($T_w = -15^\circ\text{C}$) e do ar ($T_a = 10^\circ\text{C}$). Os valores são comparados com os valores esperados pela correlação semi-empírica desenvolvida.

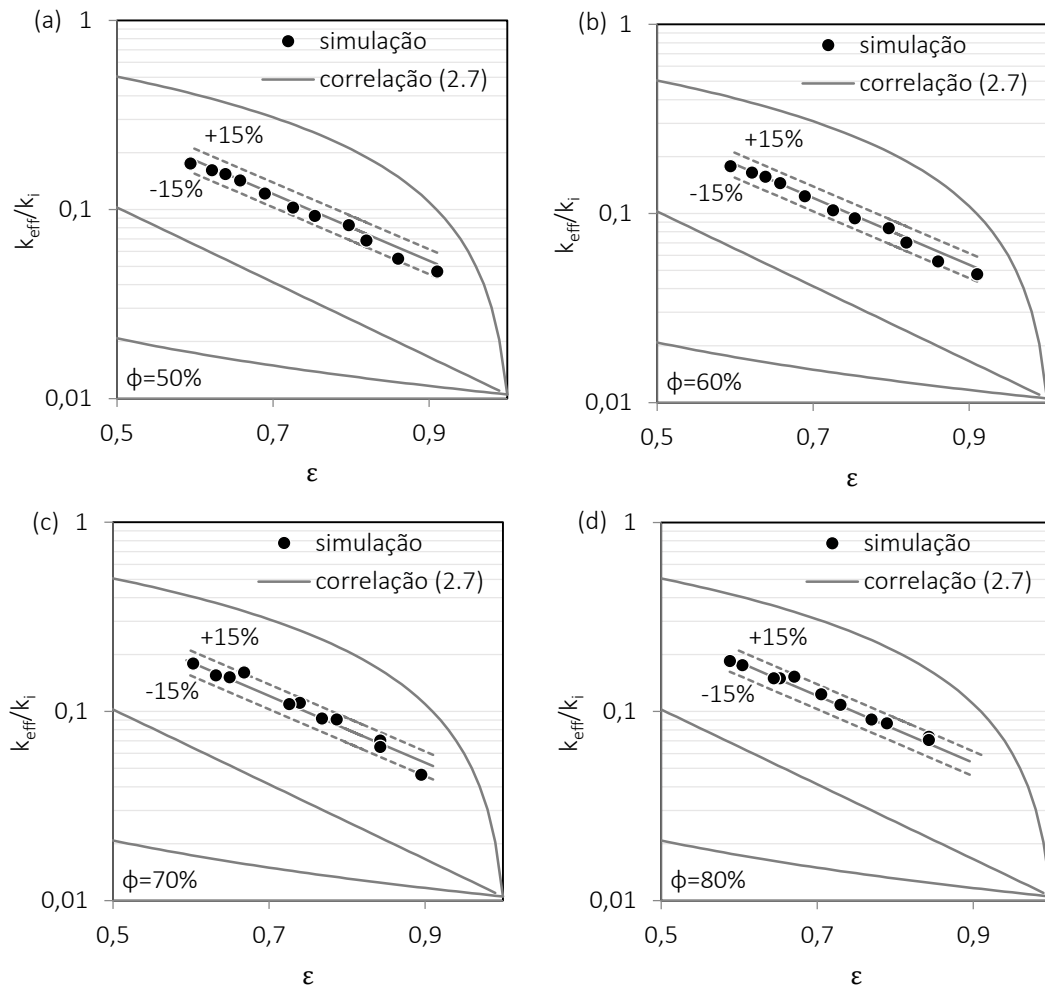


Figura 64 - Relação entre porosidade e condutividade térmica em diferentes condições de umidade

Verifica-se que, em todas as condições, os valores de condutividade encontrados são condizentes com o esperado dentro da faixa de 15% de erro da correlação. Dos 38 pontos simulados, 36 estão dentro da faixa esperada. Ao se comparar todas as simulações, verifica-se que não há diferença significativa entre elas, como mostra a Figura 65.

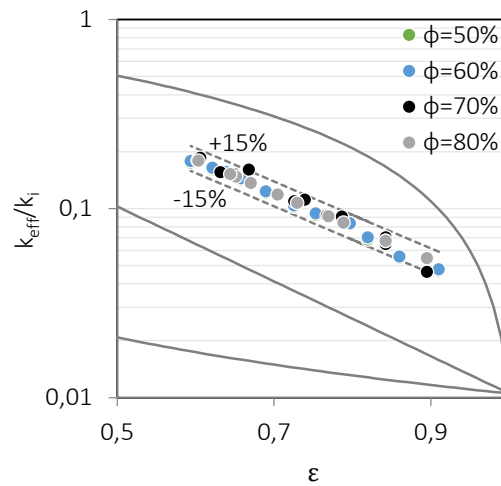


Figura 65 - Comparação entre os resultados obtidos em diferentes umidades

5.7 SÍNTESE DA ETAPA COMPUTACIONAL

O presente capítulo apresentou o modelo computacional desenvolvido com bases na teoria fractal e no método DLA. Foi feita uma análise de sensibilidade do modelo quanto à temperatura do substrato, temperatura do ar e umidade do ar, trazendo resultados condizentes com o que foi observado experimentalmente. O modelo se mostrou capaz de simular o meio poroso formado em diferentes condições, e a condutividade térmica calculada ficou dentro da faixa de erro de $\pm 15\%$ em 93% das simulações efetuadas.

6 CONCLUSÕES

O trabalho desenvolvido se propôs a avançar o conhecimento sobre a formação e as propriedades termofísicas da geada, particularmente a condutividade térmica. Após uma extensa revisão bibliográfica, algumas lacunas foram identificadas e serviram como guia para o desenvolvimento da pesquisa.

O primeiro objeto de estudo definido foi a condutividade térmica da geada formada em placa plana que, apesar de ter sido explorada em uma grande quantidade de trabalhos, carecia ainda de uma correlação adequada, que fosse ao mesmo tempo abrangente e confiável. Com isso em mente, uma revisão criteriosa dos trabalhos experimentais encontrados na literatura aberta foi feita e 188 pontos experimentais foram coletados e usados como base para o desenvolvimento de uma correlação semi-empírica bastante confiável (num intervalo de até $\pm 15\%$ de erro) e que pode ser usada numa ampla faixa de operação ($-30^{\circ}\text{C} < T_w < -4^{\circ}\text{C}$ e $0,5 < \varepsilon < 0,95$).

Uma vez definida a correlação para a condutividade térmica da geada em placa plana, o foco do estudo passou a ser a determinação dessa propriedade para os canais de placas paralelas. Devido à falta de dados relativos a essa geometria na literatura, um aparato experimental já existente foi adaptado para que fosse possível medir a condutividade térmica da geada. Os 45 pontos experimentais permitiram o ajuste de uma correlação semi-empírica, que consegue estimar a condutividade térmica numa faixa de erro de $\pm 15\%$. Verificou-se que a temperatura do substrato e a porosidade do meio são os fatores de maior influência sobre a condutividade, sendo que maiores temperaturas e menores porosidades levam a maiores condutividades térmicas. Testes complementares foram realizados em diferentes velocidades, onde se verificou que este não é um parâmetro de influência na condutividade térmica.

Além da falta de uma correlação confiável e abrangente para a condutividade térmica, outra oportunidade foi identificada: o desenvolvimento de um modelo que considere a geada um meio poroso heterogêneo. O modelo desenvolvido com base no método DLA para a formação do meio poroso e utiliza os conceitos fundamentais dos Fenômenos de Transporte para determinar a condutividade térmica a partir do meio formado. Quando comparado com dados experimentais, o modelo consegue prever a condutividade térmica da geada formada em diferentes condições de temperatura e umidade dentro de uma faixa de $\pm 15\%$ de erro.

6.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O estudo deixa algumas questões em aberto, a serem respondidas em futuras investigações:

- Determinação da condutividade térmica em diferentes substratos, com variações da rugosidade e do ângulo de contato.
- Aprimoramento do modelo desenvolvido para que ele possa não só determinar a condutividade térmica como também simular a espessura e a deposição mássica em diferentes condições de velocidade e regime de escoamento.

7 REFERÊNCIAS

ASHRAE Standard 51, **Laboratory methods of testing fans for aerodynamic performance rating**, American Society of Heating, Refrigeration and Air Conditioning Engineers, Atlanta, 1999.

AURACHER, H., Effective thermal conductivity of frost. **Proceedings of the International Symposium of Heat and Mass Transfer in Refrigeration Cryogenics**, p. 285-302, Dubrovnik, 1986.

AVERY, I.; HALL, F. R.; STURGESS, C. E. N. Fractal modelling of materials. **Journal of Materials Processing Technology**, v. 80, p. 565-571, 1998.

BAEHR, H.D., STEPHAN, K., **Heat and Mass Transfer**, second ed., Springer, Berlin, Germany, 2006.

BIGURIA, G., WENZEL, L.A., Measurement and correlation of water frost thermal conductivity and density, **Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals**, v. 9, n. 1, p. 129-138, 1970.

BRIAN, P.L.T., REID, R.C., BRAZINSKI, I., Cryogenic frost properties, **Cryogenic Technology** v. 10/11 p. 205-212, 1969.

CHEN, S. *et al.* Thermal conductivity of frost layer on finned-tube vaporizer based on fractal theory. **CIESC Journal**, v. 12, p. 022, 2012.

CHENG, C.H.; CHENG, Y.C. Predictions of frost growth on a cold plate in atmospheric air. **International Communications in Heat and Mass Transfer**, v. 28, n. 7, p.953-962, Oct. 2001.

CHENG, C.H; SHIU, C.C. Frost formation and frost crystal growth on a cold plate in atmospheric air flow. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 45, n. 21, p.4289-4303, Oct. 2002.

CUI, J. *et al.* A new time- and space-dependent model for predicting frost formation. **Applied Thermal Engineering**, v. 31, n. 4, p.447-457, Mar. 2011.

DIETENBERGER, M.A., Generalized correlation of the water frost thermal conductivity. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 26, n. 4, p. 607-619, 1983.

FLETCHER, N.H., **The chemical physics of ice**, Cambridge University Press, v. 1, Cambridge, Reino Unido, 1970.

GENAU, A.L.; FREEDMAN, A.C.; RATKE, L. Effect of solidification conditions on fractal

dimension of dendrites. **Journal of Crystal Growth**, v. 363, p. 49-54, 2013.

HAYASHI, Y. Y. *et al.* Study of Frost Properties Correlating With Frost Formation Types. **ASME J Heat Transfer**, v. 99, n. 2, p.239-245, Jan. 1977.

HERMES, C. J.L. An analytical solution to the problem of frost growth and densification on flat surfaces. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 55, n. 23-24, p.7346-7351, Nov. 2012.

HERMES, C.J.L., PIUCCO, R.O., BARBOSA JR, J.R., *et al.* A study of frost growth and densification on flat surfaces. **Experimental Thermal and Fluid Science**, vol. 33, n. 2, p. 371-379, 2009.

HERMES, C.J.L.; LOYOLA, F.R.; NASCIMENTO, V.S. A semi-empirical correlation for the frost density. **International Journal of Refrigeration**, v. 46, p. 100-104, 2014.

INMETRO, 2003, **Guia para a expressão da incerteza de medição**, 3ª ed., Rio de Janeiro: ABNT, INMETRO.

ISMAIL, K.A.R.; SALINAS, C. s. Modeling of frost formation over parallel cold plates. **International Journal of Refrigeration**, p. 425-441. Aug. 1999.

KANDULA, M. Correlation of water frost porosity in laminar flow over flat surfaces. **Special Topics & Reviews in Porous Media** , v. 3, n. 1, p. 79-87. 2012.

KANDULA, M., Effective thermal conductivity of frost considering mass diffusion and Eddy convection. **Special Topics & Reviews in Porous Media**, v. 1, n. 4, 2010.

KNABBEN, F.T., HERMES, C.J.L., MELO, C. In-situ study of frosting and defrosting processes in tube-fin evaporators of household refrigerating appliances. **International Journal of Refrigeration**, vol. 34, n. 8, p. 2031-2041, 2011.

KOBAYASHI, T. On the habit of snow crystals artificially produced at low pressures. **J. Meteor. Soc. Japan**, v. 36, p. 193-208, 1958.

LE GALL, R; GRILLOT, J. M; JALLUT, C. Modelling of frost growth and densification. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 40, n. 13, p.3177-3187, Sept. 1997.

LEE, H. *et al.* Frost formation on a plate with different surface hydrophilicity. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 47, n. 22, p.4881-4893, Oct. 2004.

LEE, J. S. *et al.* **Frost formation on thermally conductive plastic plain plate**. 5th Int. Conference on Enhanced, Compact and Ultra-compact Heat Exchanger Science, Engineering and Technology, Hoboken-NJ, USA, 2005

LEE, K.S.; KIM, W.S.; LEE, T.H., A one-dimensional model for frost formation on a cold flat

surface. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 40, n. 18, p. 4359-4365, 1997.

LEE, Y.B. **Studies on the growth of the frost layer based on heat and mass transfer through porous media**. PhD thesis, School of Mechanical and Aerospace Engineering, Seoul National University, Seoul, Korea, 2003.

LENIC, K; TRP, A; FRANKOVIC, B. Prediction of an effective cooling output of the fin-and-tube heat exchanger under frosting conditions. **Applied Thermal Engineering**, v. 29, n. 11-12, p.2534-2543, Aug. 2009.

LIBBRECHT, K.G. **Physically Derived Rules for Simulating Faceted Crystal Growth using Cellular Automata**. arXiv preprint arXiv:0807.2616, 2008.

LIU, Y. *et al.* Fractal model for simulation of frost formation and growth. **Science China Technological Sciences**, v. 53, n. 3, p. 807-812, 2010.

LIU, Y.; LIU, Z.; HUANG, L. Experimental and theoretical investigations of the fractal characteristics of frost crystals during frost formation process. **Experimental Thermal and Fluid Science**, v. 36, p. 217-223, 2012.

LIU, Z. *et al.* An experimental study on minimizing frost deposition on a cold surface under natural convection conditions by use of a novel anti-frosting paint: Part II. Long-term performance, frost layer observation and mechanism analysis. **International Journal of Refrigeration**, p. 237-242. Mar. 2006b.

LOYOLA, F.R.; NASCIMENTO, V.S.; HERMES, C.J.L. Modeling of frost build-up on parallel-plate channels under supersaturated air-frost interface conditions. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 79, p. 790-795, 2014.

LÜER, A.; BEER, H. Frost deposition in a parallel plate channel under laminar flow conditions. **International Journal of Thermal Sciences**, v. 39, n. 1, p.85-95, Jan. 2000.

MANDELBROT, B. B. Self-affine fractals and fractal dimension. **Physica Scripta**, v. 32, n. 4, p. 257, 1985

MAO Y.; BESANT R. W.; REZKALLAH K. S. Measurements and correlations of frost properties with air flow over a flat plate. **ASHRAE Transactions**, v. 98, n. 2. p.65-78. 1992.

NA, B.; WEBB, R. L. A fundamental understanding of factors affecting frost nucleation. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 46, n. 20, p.3797-3808, Sept. 2003.

NA, B.; WEBB, R. L., New model for frost growth rate. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 47, n. 5, p. 925-936, 2004.

NASCIMENTO, V.S., **Uma correlação semi-empírica para a densidade da geada**. 2013,

103 f.. Dissertação de Mestrado – PG-MEC, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2013.

NASCIMENTO, V.S.; LOYOLA, F.R.; HERMES, C.J.L. A study of frost build-up on parallel plate channels. **Experimental Thermal and Fluid Science**, v. 60, p. 328-336, 2014.

NEGRELLI, S.; HERMES, C.J.L. A semi-empirical correlation for the thermal conductivity of frost. **International Journal of Refrigeration**, v. 58, p. 243-252, 2015.

NIELD, D.A., BEJAN, A. **Convection in Porous Media**. Springer, 2006.

O'NEAL, D.L., **The effects of frost formation on the performance of a parallel plate heat exchanger**. PhD thesis, Department of Mechanical Engineering, Purdue University, West Lafayette, USA, 1982.

ÖSTIN, R., ANDERSSON, S., Frost growth parameters in a forced air stream. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 34, n. 4, p. 1009-1017, 1990.

PATANKAR, S. **Numerical heat transfer and fluid flow**. CRC Press, 1980.

PITMAN, D., ZUCKERMAN, B., Effective thermal conductivity of snow at -88°, -27°, and -5°C, **Journal of Applied Physics**, v. 38 p. 2698-2699, 1967.

PIUCCO, R. O. **Análise Teórico-Experimental da Formação de Geada em Refrigeradores Domésticos**. 2008. 110 f. Dissertação de Mestrado – POSMEC, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2008.

PIUCCO, R. O.; HERMES, C. J. L.; MELO, C. In-situ evaluation of a criterion to predict frost formation on liners of refrigerated cabinets. **Applied Thermal Engineering**, v. 31, n. 14-15, p.3084-3091, Oct. 2011.

ŞAHİN, A.Z., Effective thermal conductivity of frost during the crystal growth period. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 43, n. 4, p. 539-553, 2000.

SAMI, S. M., DUONG, T., Mass and heat transfer during frost growth. **ASHRAE Transactions**, USA, Winter Meeting, pp. 158–165, 1989.

SANDERS, C. T., **The influence of frost formation and defrosting on the performance of air coolers**. Ph.D. Thesis, Delft Technical University, 1974.

SCHNEIDER, H.W. Equation of the growth rate of frost forming on cooled surfaces. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 21, n. 8, p.1019-1024, Aug. 1978.

SILVA D. L. **Análise da formação de gelo e geada e seu efeito no desempenho termo-hidráulico de evaporadores do tipo tubo aletado**. 173 f. Tese de Doutorado - POSMEC, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

SILVA, D. L.; HERMES, C.J.L; MELO, C. First-principles modeling of frost accumulation on fan-supplied tube-fin evaporators. **Applied Thermal Engineering**, v. 31, n. 14, p. 2616-2621, 2011.

STOECKER, W.F.; JONES, J.W. **Refrigeração e ar condicionado**. McGraw-Hill do Brasil, 1985.

STOREY, B.D.; JACOBI, A.M. The effect of streamwise vortices on the frost growth rate in developing laminar channel flows. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 42, n. 20, p. 3787-3802, 1999.

STURM, M. *et al.*, The thermal conductivity of seasonal snow. **Journal of Glaciology**, v. 43, n. 143, p. 26-41, 1997.

TAO, Y. X., BESANT, R.W., MAO, Y., Characteristics of frost growth on a flat plate during the early growth period. **ASHRAE Transactions: Symposia**, CH-93-2-2, pp. 746-753, 1993.

VERSTEEG, H.K.; MALALASEKERA, W. **An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method**. Pearson Education, 2007.

VICSEK, T. **Fractal growth phenomena**. Singapore: World scientific, 1992.

WITTEN Jr, T.A.; SANDER, L.M. Diffusion-limited aggregation, a kinetic critical phenomenon. **Physical review letters**, v. 47, n. 19, p. 1400, 1981.

WU, X. *et al.* Visual and Theoretical Analyses of the Early Stage of Frost Formation on Cold Surfaces. **Journal of Enhanced Heat Transfer**, v. 14, n. 3, p.257-268, 2007.

YADAV, R. P. *et al.* Fractal characterization of the silicon surfaces produced by ion beam irradiation of varying fluences. **Applied Surface Science**, v. 347, p. 706-712, 2015.

YANG, D. K.; LEE, K. S. Modeling of frosting behavior on a cold plate. **International Journal of Refrigeration**, p. 396-402. May. 2005.

YANG, D.K, LEE, K.S., Dimensionless correlations of frost properties on a cold plate. **International Journal of Refrigeration**, v. 27, n. 1, p. 89-96, 2004.

YONKO, J.D., SEPSY, C.F., An investigation of the thermal conductivity of frost while forming on a flat horizontal plate, **ASHRAE Transactions**, v. 2043 II.1-II.9., 1967.

YOSHIDA, A. *et al.* Effects of density distribution of growing frost layer on radiation transfer. **Heat Transfer-Asian Research**, v. 30, n. 5, p. 439-450, 2001.

ZEHNER, P., SCHLUNDER, E.U., Thermal conductivity of granular materials at moderate temperatures, **Chemie Ingr. Tech.** n. 42 p. 933–941 (em alemão), 1970.

APÊNDICE I - DETERMINAÇÃO DA VELOCIDADE DO AR

A determinação da vazão de ar é feita com o uso de um bocal, de geometria conhecida, seguindo as recomendações da norma ASHRAE 51 (1999), em que a vazão é calculada da seguinte forma:

$$\dot{V} = 3600 C_d A_{bc} Y \sqrt{\frac{2 \Delta p}{\rho_a (1 - \beta_b^4)}} \quad (A.1)$$

onde (\dot{V}) é a vazão de ar em $[m^3.s^{-1}]$, Δp é a diferença de pressão medida antes e depois do bocal, em $[Pa]$, ρ_a é a densidade do ar em $[kg.m^{-3}]$, C_d é o coeficiente de descarga, Y é o coeficiente de expansão do bocal e β_b é a relação de contração do bocal e A_{ab} é a área do bocal. Os parâmetros operacionais são calculados pelas equações a seguir:

$$\beta_b = \frac{d}{D_h} \quad (A.2)$$

$$Y = 1 - (0,548 + 0,71\beta_b^4)(1 - \alpha_p) \quad (A.3)$$

$$C_d = 0,9986 - \frac{7,006}{\sqrt{Re}} + \frac{134,6}{Re} \quad (A.4)$$

onde d é o diâmetro do bocal em $[mm]$, D_h é o diâmetro hidráulico em $[m]$, α_p é a relação adimensional de pressão:

$$\alpha_p = \frac{p_{atm}}{p_{atm} + \Delta p} \quad (A.5)$$

O valor de Reynolds é determinado através de um processo iterativo, devendo respeitar a seguinte equação:

$$Re = \frac{1097}{60\mu_a} C_d d Y \sqrt{\rho_a \Delta p} \quad (A.6)$$

onde μ_a é a viscosidade do ar em $[Pa.s]$

Uma vez determinada a vazão, a velocidade do ar na seção de testes é determinada:

$$u_a = \frac{\dot{V}}{A_{st}} \quad (A.7)$$

onde A_{st} é a área de escoamento da seção de testes.

APÊNDICE II - CALIBRAÇÃO DO SENSOR DE FLUXO DE CALOR

Para garantir a confiabilidade dos resultados, os sensores de fluxo de calor (HFS – *heat flux sensor*) foram calibrados antes do início dos testes. Para isso, foi construído um aparato descrito na Figura 66: Um resistor elétrico plano de resistência conhecida ($2240\ \Omega$), de área igual à do HFS foi usado como a fonte de calor. Um dos lados do resistor foi acoplado ao HSF enquanto o outro lado foi isolado, garantindo assim que o calor emitido pelo resistor seja transferido apenas para um lado.

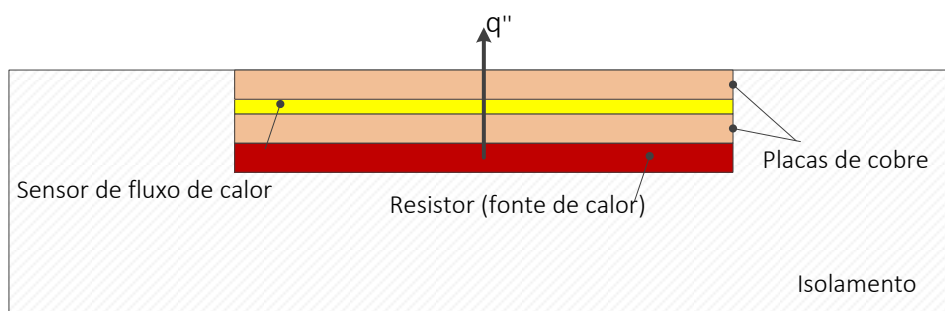


Figura 66 - Representação do aparato montado para calibrar o sensor de fluxo de calor

Duas placas de cobre de mesma área foram inseridas dos dois lados do HFS para minimizar as oscilações no fluxo. Todo o sistema foi isolado, ficando apenas a parte superior exposta ao ar ambiente (com temperatura constante e sem movimentação de ar). Assim, todo o calor gerado pela resistência deve passar pelas placas de cobre e pelo sensor de fluxo de calor. Após um tempo suficiente longo o sistema entra em equilíbrio térmico, e o fluxo de calor se torna constante em todas as camadas. Como o calor gerado e a área são conhecidos, sabe-se com precisão o fluxo que passa pelo sensor.

A fonte de alimentação da resistência pode enviar sinais de 0 a 100A, enquanto a tensão fornecida pela rede elétrica é constante. Desse modo, diferentes níveis de potência podem ser fornecidos à resistência, para que a calibração seja feita em uma ampla faixa de fluxos de calor.

O HSF utilizado, da marca Omega, modelo HFS-4 com sensibilidade de $2.1\ \mu\text{V}/(\text{W}/\text{m}^2)$ fornece tensão como saída tensão, que é lida pelo sistema de aquisição de dados. Uma curva de tensão contra fluxo de calor foi então ajustada para cada HSF, mostradas na Figura 67.

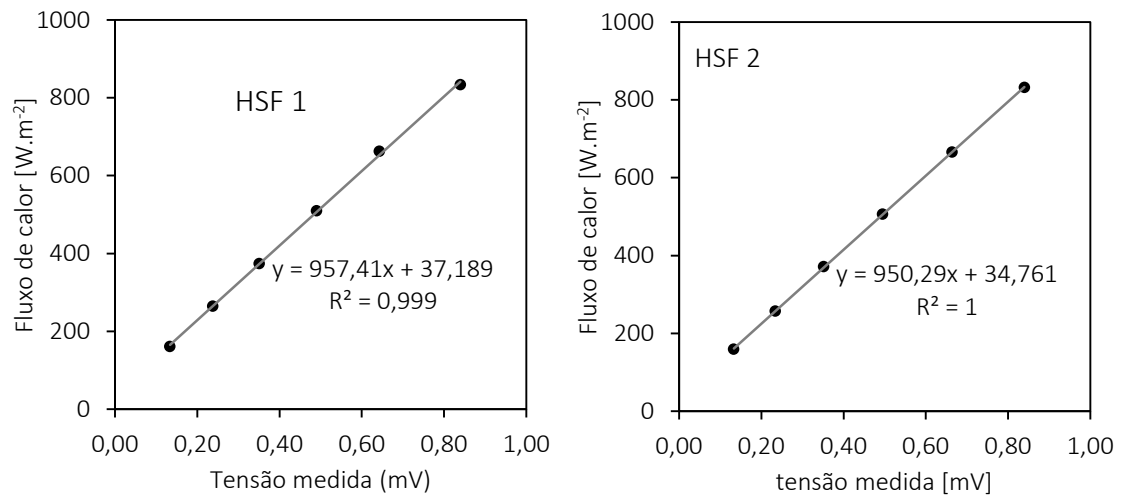


Figura 67 - Relação entre a tensão medida e o fluxo de calor nos dois HSF utilizados

Para cada curva ajustada, o valor de erro RMS foi calculado, sendo 0,498 para o sensor 1 e 0,501 para o sensor 2. Assim, a incerteza de medição associada ao equipamento definida como de $\pm 5\text{W/m}^2$. Uma vez calibrados, uma nova série de medidas foi feita para confirmar a curva dos sensores, sendo mostrados na Figura 68.

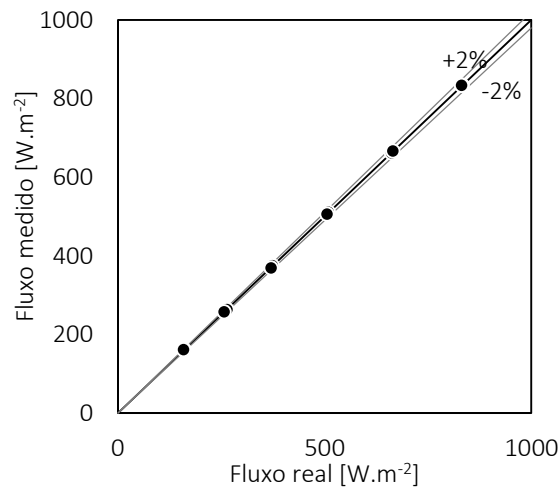


Figura 68 - Comparação entre os valores medidos e os valores reais de fluxo de calor

APÊNDICE III - ESTIMATIVA DAS INCERTEZAS

Esta seção apresenta o cálculo das incertezas associadas aos valores obtidos experimentalmente, além das incertezas propagadas nas variáveis medidas indiretamente, com base no Guia para expressão da incerteza de medição (INMETRO, 2003).

Variáveis medidas diretamente

As medidas de temperatura, pressão diferencial, umidade relativa, fluxo de calor, massa e espessura de geada são determinadas diretamente, sendo que a incerteza de medição é composta por duas parcelas: a incerteza tipo A (u_o), associada à incerteza padrão das observações; e a incerteza tipo B (u_s), associada ao sistema de medição. A incerteza padrão (u) para cada variável é encontrada pela seguinte expressão:

$$u = \sqrt{u_o^2 + u_s^2} \quad (\text{A.8})$$

A incerteza tipo B é fornecida pelo fabricante e deve ser dividida por uma constante adequada ao tipo de distribuição apresentada. A Tabela 14 indica os valores de u_s encontrados para cada grandeza específicos dos equipamentos usados na bancada.

Tabela 14 - Incertezas tipo B associadas aos equipamentos

Variável medida	Instrumento de medição	Unidade	Incerteza
Temperatura	Termopar	°C	$\pm 0,2$
Diferencial de pressão	Transdutor de pressão	Pa	$\pm 0,18$
Umidade relativa do ar (%)	Transdutor de umidade	--	$\pm 1,7$
Massa de geada	Balança	g	$\pm 0,01$
Espessura da geada	Esteriomicroscópio e <i>software</i> de imagem	mm	$\pm 0,29$
Fluxo de calor	Sensor de fluxo de calor	W/m ²	$\pm 5,0$

Para as grandezas cujas medidas são registradas pelo sistema de aquisição (temperaturas, pressão diferencial e umidade relativa), a incerteza tipo A foi determinada pelo cálculo do desvio padrão da média observada ao longo do teste, considerando-se regime permanente. Como exemplo, a Figura 69 mostra a temperatura da placa resfriada ao longo de um teste. Nesse caso, a temperatura média foi $-7,027$ e o desvio padrão apresentado $0,051$. Como a incerteza tipo B é $0,2$, a incerteza combinada calculada pela equação (A.8) é $0,206$. Assim, a temperatura média da placa nesse teste é $-7,027 \pm 0,206$.

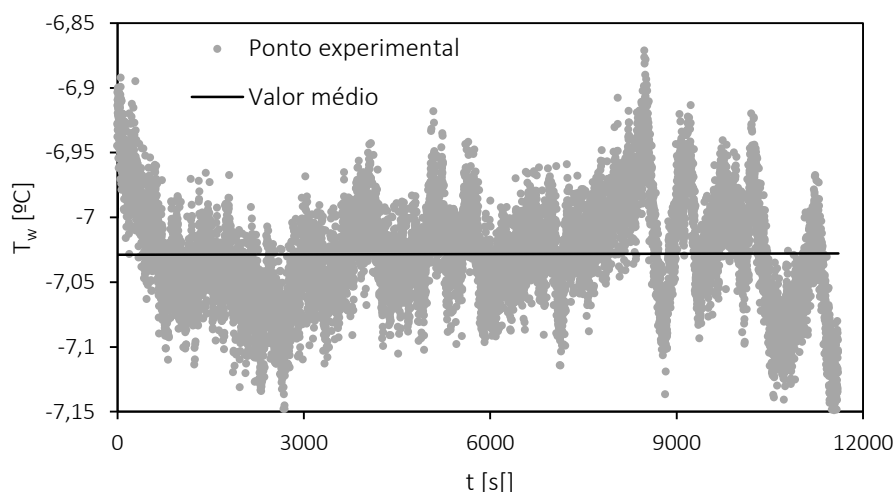


Figura 69 - Variação de T_w ao longo do teste

Para os parâmetros medidos em regime transiente, como fluxo de calor e temperatura de saída da seção de teste, ajustou-se um polinômio de grau 6 para realizar a leitura do valor no instante final de cada teste. A incerteza tipo A dessa medida é determinada através do desvio quadrático médio (RMS) ao longo de todo o teste. A Figura 70 mostra o fluxo de calor ao longo do tempo (como a espessura da geada vai aumentando, aumenta também a resistência ao fluxo de calor, diminuindo o valor de q''). Nesse caso, o valor do erro RMS observado é 0,51 e o valor da incerteza tipo B é 5. Assim, o valor da incerteza combinada é 5,026 e o valor de q'' no instante final será $301,85 \pm 5,026$.

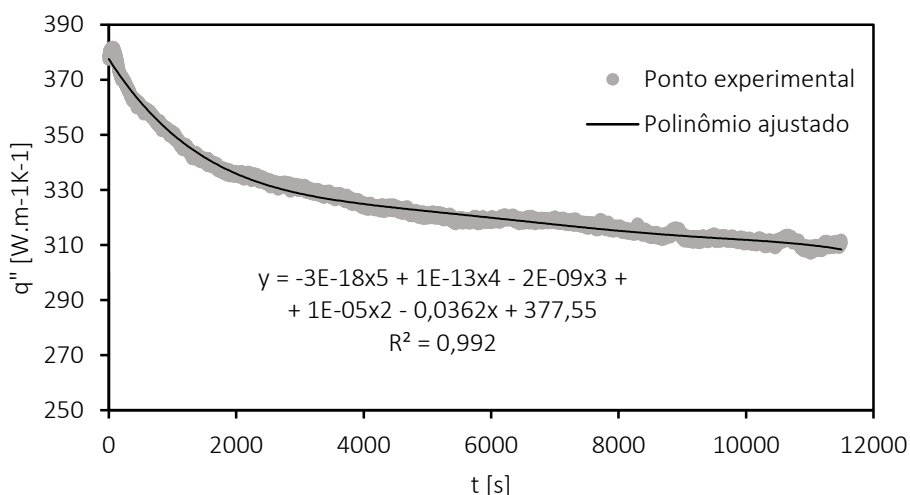


Figura 70 - Variação de q'' ao longo do teste

A espessura de geada foi determinada com base na observação visual com o auxílio do microscópio ótico e do *software* de aquisição de imagens. Nesse caso foram feitas medidas

em três posições diferentes e o desvio padrão foi calculado.

Propagação de incertezas

As grandezas que devem ser medidas de forma indireta (densidade, condutividade térmica) tiveram suas incertezas determinadas pelo método de propagação de incertezas. Para cada grandeza, verificaram-se quais eram os fatores de influência e uma equação da seguinte forma foi escrita:

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \dots) \quad (\text{A.9})$$

Sendo y a variável de interesse e x_n as grandezas mensuradas. A incerteza final é calculada através da seguinte expressão:

$$u_y = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial x_1} u_{x1}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2} u_{x2}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_3} u_{x3}\right)^2 + \dots} \quad (\text{A.10})$$

Um exemplo desse procedimento é a incerteza associada à condutividade térmica da geadada. Partindo da equação (4.11):

$$k_f = k_f(q''_{\text{sen}}, T_a, T_w, h, \delta) = \frac{q''_{\text{sen}} \delta h}{(T_a - T_w)h - q''_{\text{sen}}} \quad (\text{A.11})$$

$$(u_{kf})^2 = \left(\frac{\partial k_f}{\partial q''_{\text{sen}}} u_{q''_{\text{sen}}}\right)^2 + \left(\frac{\partial k_f}{\partial T_a} u_{T_a}\right)^2 + \left(\frac{\partial k_f}{\partial T_w} u_{T_w}\right)^2 + \left(\frac{\partial k_f}{\partial h} u_h\right)^2 + \left(\frac{\partial k_f}{\partial \delta} u_\delta\right)^2 \quad (\text{A.12})$$

onde as derivadas são calculadas numericamente.

Esse procedimento foi realizado para cada teste individualmente, e todas as grandezas envolvidas no cálculo e as incertezas de cada teste estão inclusas na matriz de resultados (Apêndice IV).

APÊNDICE IV - MATRIZ DE DADOS EXPERIMENTAIS

Tabela 15 - Dados experimentais dos testes #1 a #9

#1	t=45 min	t=90 min	t=135 min	t=180 min	t=225 min
ω_a (kg _{H₂O} /kg _{ar})	2,13 ± 0,03	2,05 ± 0,02	2,24 ± 0,04	2,17 ± 0,03	2,28 ± 0,03
T_w (°C)	-23,18 ± 0,24	-23,30 ± 0,19	-23,22 ± 0,36	-23,22 ± 0,20	-23,13 ± 0,30
T_a (°C)	-3,12 ± 0,21	-2,81 ± 0,20	-3,07 ± 0,21	-2,88 ± 0,24	-2,83 ± 0,31
q'' (W.m ⁻²)	305,56 ± 5,03	271,10 ± 5,03	261,23 ± 5,03	248,10 ± 5,03	244,44 ± 5,03
u_a (m.s ⁻¹)	1,21 ± 0,01	1,14 ± 0,01	1,19 ± 0,01	1,19 ± 0,01	1,17 ± 0,09
Λ	2,93 ± 0,13	2,97 ± 0,11	2,86 ± 0,15	2,91 ± 0,11	2,87 ± 0,14
H (mm)	18,44 ± 0,08	19,07 ± 0,05	18,42 ± 0,07	18,98 ± 0,04	18,61 ± 0,04
δ_f (mm)	2,74 ± 0,05	3,50 ± 0,03	4,44 ± 0,04	4,72 ± 0,04	4,93 ± 0,04
M (g)	0,35 ± 0,01	0,60 ± 0,01	0,96 ± 0,01	1,18 ± 0,01	1,50 ± 0,01
ρ_f (kg.m ⁻³)	53,15 ± 2,83	71,46 ± 2,45	90,07 ± 2,12	104,15 ± 2,28	126,79 ± 2,11
ε	0,943 ± 0,0004	0,923 ± 0,0004	0,903 ± 0,0004	0,888 ± 0,0025	0,863 ± 0,0004
k_f (W.m ⁻¹ .K ⁻¹)	0,0631 ± 0,0101	0,0806 ± 0,0060	0,0925 ± 0,0074	0,0814 ± 0,0062	0,0996 ± 0,0098

#2	t=45 min	t=90 min	t=135 min	t=180 min	t=225 min
ω_a (kg _{H₂O} /kg _{ar})	3,19 ± 0,03	3,18 ± 0,02	3,13 ± 0,04	3,16 ± 0,03	3,20 ± 0,03
T_w (°C)	-23,01 ± 0,24	-23,00 ± 0,19	-22,88 ± 0,36	-22,91 ± 0,20	-23,03 ± 0,30
T_a (°C)	1,97 ± 0,21	1,33 ± 0,20	1,07 ± 0,21	1,08 ± 0,24	1,59 ± 0,31
q'' (W.m ⁻²)	356,86 ± 5,03	336,87 ± 5,03	301,17 ± 5,03	292,67 ± 5,03	297,66 ± 5,03
u_a (m.s ⁻¹)	0,54 ± 0,01	0,52 ± 0,01	1,15 ± 0,01	1,17 ± 0,01	0,53 ± 0,09
Λ	2,33 ± 0,13	2,40 ± 0,11	2,42 ± 0,15	2,42 ± 0,11	2,37 ± 0,14
H (mm)	18,45 ± 0,08	18,54 ± 0,05	19,07 ± 0,07	19,07 ± 0,04	18,87 ± 0,04
δ_f (mm)	3,59 ± 0,05	4,27 ± 0,03	5,44 ± 0,04	5,96 ± 0,04	6,64 ± 0,04
M (g)	0,51 ± 0,01	0,94 ± 0,01	1,32 ± 0,01	1,80 ± 0,01	2,20 ± 0,01
ρ_f (kg.m ⁻³)	59,26 ± 2,83	91,81 ± 2,45	101,15 ± 2,12	125,92 ± 2,28	138,06 ± 2,11
ε	0,937 ± 0,0004	0,901 ± 0,0004	0,891 ± 0,0004	0,864 ± 0,0025	0,851 ± 0,0004
k_f (W.m ⁻¹ .K ⁻¹)	0,0697 ± 0,0101	0,0926 ± 0,0060	0,0865 ± 0,0074	0,0809 ± 0,0062	0,0967 ± 0,0098

#3	t=45 min	t=90 min	t=135 min	t=180 min	t=225 min
ω_a (kg _{H₂O} /kg _{ar})	4,38 ± 0,03	4,35 ± 0,04	4,37 ± 0,03	4,38 ± 0,03	4,50 ± 0,15
T_w (°C)	-22,30 ± 0,25	-22,34 ± 0,32	-22,22 ± 0,35	-22,12 ± 0,19	-22,41 ± 0,45
T_a (°C)	5,88 ± 0,21	5,90 ± 0,21	5,74 ± 0,22	5,63 ± 0,22	6,21 ± 0,47
q'' (W.m ⁻²)	423,88 ± 5,03	382,68 ± 5,03	364,21 ± 5,03	345,33 ± 5,03	338,41 ± 5,03
u_a (m.s ⁻¹)	1,14 ± 0,01	1,11 ± 0,01	1,17 ± 0,01	1,19 ± 0,01	1,13 ± 0,01
Λ	1,95 ± 0,10	1,95 ± 0,11	1,95 ± 0,11	1,96 ± 0,08	1,93 ± 0,14
H (mm)	18,76 ± 0,04	19,19 ± 0,10	18,66 ± 0,07	18,62 ± 0,01	19,36 ± 0,03
δ_f (mm)	4,34 ± 0,06	6,11 ± 0,07	6,80 ± 0,04	7,77 ± 0,02	10,20 ± 0,03
M (g)	0,71 ± 0,01	1,36 ± 0,01	1,87 ± 0,01	2,44 ± 0,01	3,19 ± 0,01
ρ_f (kg.m ⁻³)	68,16 ± 2,65	92,68 ± 2,59	114,62 ± 1,86	130,77 ± 1,30	130,37 ± 1,05
ε	0,927 ± 0,0004	0,900 ± 0,0004	0,876 ± 0,0003	0,859 ± 0,0002	0,859 ± 0,0002
k_f (W.m ⁻¹ .K ⁻¹)	0,0829 ± 0,0130	0,0781 ± 0,0051	0,1011 ± 0,0073	0,0988 ± 0,0092	0,1070 ± 0,0129

#4	t=45 min	t=90 min	t=135 min	t=180 min	t=225 min
ω_a (kg _{H2O} /kg _{ar})	3,71 ± 0,05	3,74 ± 0,09	3,82 ± 0,07	3,87 ± 0,11	3,72 ± 0,07
T_w (°C)	-15,06 ± 0,23	-15,17 ± 0,18	-15,06 ± 0,17	-15,05 ± 0,18	-15,17 ± 0,20
T_a (°C)	4,47 ± 0,20	4,50 ± 0,28	4,74 ± 0,36	4,95 ± 0,47	4,36 ± 0,22
q'' (W.m ⁻²)	421,11 ± 5,03	357,75 ± 5,03	348,43 ± 5,03	323,94 ± 5,03	296,63 ± 5,03
u_a (m.s ⁻¹)	1,20 ± 0,01	1,17 ± 0,03	1,19 ± 0,00	1,12 ± 0,00	1,19 ± 0,00
Λ	1,71 ± 0,15	1,71 ± 0,13	1,69 ± 0,00	1,68 ± 0,00	1,72 ± 0,00
H (mm)	18,61 ± 0,03	18,81 ± 0,02	18,78 ± 0,06	18,72 ± 0,04	18,66 ± 0,04
δ_f (mm)	3,26 ± 0,04	3,76 ± 0,03	4,78 ± 0,04	5,67 ± 0,04	5,93 ± 0,11
M (g)	0,68 ± 0,01	1,12 ± 0,01	1,70 ± 0,01	2,15 ± 0,01	2,37 ± 0,01
ρ_f (kg.m ⁻³)	86,93 ± 2,87	124,19 ± 2,82	148,05 ± 3,08	158,09 ± 2,48	166,54 ± 6,22
ε	0,907 ± 0,0031	0,866 ± 0,0031	0,840 ± 0,0008	0,829 ± 0,0027	0,820 ± 0,0016
k_f (W.m ⁻¹ .K ⁻¹)	0,0887 ± 0,0131	0,1100 ± 0,0174	0,1284 ± 0,0191	0,1249 ± 0,0182	0,1507 ± 0,0177

#5	t=45 min	t=90 min	t=135 min	t=180 min	t=225 min
ω_a (kg _{H2O} /kg _{ar})	6,82 ± 0,05	6,44 ± 0,30	6,80 ± 0,03	7,03 ± 0,17	7,17 ± 0,11
T_w (°C)	-15,06 ± 0,21	-15,17 ± 0,50	-14,96 ± 0,16	-15,09 ± 0,18	-15,06 ± 0,24
T_a (°C)	11,73 ± 0,22	11,05 ± 0,53	11,90 ± 0,23	12,22 ± 0,22	12,56 ± 0,35
q'' (W.m ⁻²)	507,37 ± 5,03	482,00 ± 5,03	495,89 ± 5,03	490,93 ± 5,03	486,02 ± 5,03
u_a (m.s ⁻¹)	1,16 ± 0,01	1,17 ± 0,01	1,19 ± 0,01	1,11 ± 0,04	1,19 ± 0,02
Λ	1,28 ± 0,08	1,32 ± 0,13	1,27 ± 0,06	1,26 ± 0,08	1,24 ± 0,08
H (mm)	18,76 ± 0,05	18,75 ± 0,03	18,78 ± 0,06	18,41 ± 0,05	18,25 ± 0,03
δ_f (mm)	4,78 ± 0,05	6,71 ± 0,06	8,34 ± 0,04	9,36 ± 0,04	10,38 ± 0,03
M (g)	0,98 ± 0,01	2,10 ± 0,01	3,15 ± 0,01	4,33 ± 0,01	5,28 ± 0,01
ρ_f (kg.m ⁻³)	93,23 ± 1,94	130,46 ± 2,28	157,44 ± 1,72	192,75 ± 1,54	211,87 ± 1,80
ε	0,900 ± 0,0004	0,859 ± 0,0005	0,830 ± 0,0004	0,791 ± 0,0017	0,770 ± 0,0007
k_f (W.m ⁻¹ .K ⁻¹)	0,1066 ± 0,0060	0,1112 ± 0,0085	0,1624 ± 0,0055	0,1395 ± 0,0052	0,1808 ± 0,0164

#6	t=45 min	t=90 min	t=135 min	t=180 min	t=225 min
ω_a (kg _{H2O} /kg _{ar})	9,01 ± 0,05	8,81 ± 0,02	8,68 ± 0,15	8,77 ± 0,13	8,86 ± 0,10
T_w (°C)	-15,05 ± 0,24	-15,01 ± 0,18	-15,00 ± 0,23	-14,56 ± 0,26	-14,92 ± 0,29
T_a (°C)	15,62 ± 0,21	15,24 ± 0,32	15,04 ± 0,27	15,21 ± 0,25	15,41 ± 0,26
q'' (W.m ⁻²)	670,35 ± 5,03	611,61 ± 5,03	602,60 ± 5,03	512,61 ± 5,03	628,40 ± 5,03
u_a (m.s ⁻¹)	1,12 ± 0,01	1,18 ± 0,01	1,10 ± 0,04	1,24 ± 0,01	1,26 ± 0,02
Λ	1,11 ± 0,07	1,12 ± 0,06	1,13 ± 0,05	1,11 ± 0,08	1,11 ± 0,08
H (mm)	18,50 ± 0,03	18,30 ± 0,03	18,65 ± 0,04	18,32 ± 0,01	18,15 ± 0,02
δ_f (mm)	5,73 ± 0,03	6,85 ± 0,04	8,03 ± 0,03	9,39 ± 0,04	10,95 ± 0,05
M (g)	1,57 ± 0,01	2,82 ± 0,01	3,88 ± 0,01	4,62 ± 0,01	7,37 ± 0,01
ρ_f (kg.m ⁻³)	114,09 ± 1,99	171,57 ± 2,19	201,32 ± 1,64	205,07 ± 2,09	280,37 ± 2,52
ε	0,877 ± 0,0004	0,814 ± 0,0006	0,782 ± 0,0005	0,778 ± 0,0023	0,696 ± 0,0010
k_f (W.m ⁻¹ .K ⁻¹)	0,1175 ± 0,0034	0,1854 ± 0,0231	0,1467 ± 0,0050	0,1973 ± 0,0331	0,2099 ± 0,0218

#7	t=45 min	t=90 min	t=135 min	t=180 min	t=225 min
ω_a (kg _{H2O} /kg _{ar})	3,51 ± 0,06	3,53 ± 0,05	3,42 ± 0,02	3,54 ± 0,06	3,62 ± 0,02
T_w (°C)	-6,96 ± 0,16	-7,00 ± 0,14	-6,82 ± 0,16	-6,96 ± 0,15	-7,22 ± 0,16
T_a (°C)	4,27 ± 0,20	4,32 ± 0,20	4,73 ± 0,22	4,47 ± 0,24	5,34 ± 0,24
q'' (W.m ⁻²)	252,92 ± 5,03	220,93 ± 5,03	214,07 ± 5,03	205,58 ± 5,03	214,22 ± 5,03
u_a (m.s ⁻¹)	1,26 ± 0,00	1,25 ± 0,01	1,26 ± 0,01	1,17 ± 0,03	1,23 ± 0,01
Λ	1,72 ± 0,26	1,58 ± 0,21	1,33 ± 0,22	1,35 ± 0,23	1,32 ± 0,21
H (mm)	18,13 ± 0,02	18,24 ± 0,03	18,15 ± 0,02	18,33 ± 0,02	18,52 ± 0,01
δ_f (mm)	0,69 ± 0,07	1,84 ± 0,03	2,27 ± 0,03	2,68 ± 0,04	3,04 ± 0,02
M (g)	0,30 ± 0,01	0,57 ± 0,01	0,79 ± 0,01	1,04 ± 0,01	1,47 ± 0,01
ρ_f (kg.m ⁻³)	90,11 ± 36,55	129,43 ± 3,98	145,27 ± 3,48	161,89 ± 5,38	201,67 ± 2,92
ε	0,903 ± 0,0128	0,860 ± 0,0011	0,843 ± 0,0011	0,825 ± 0,0059	0,781 ± 0,0011
k_f (W.m ⁻¹ .K ⁻¹)	0,1398 ± 0,0371	0,1565 ± 0,0278	0,1658 ± 0,0274	0,1470 ± 0,0130	0,1766 ± 0,0283

#8	t=45 min	t=90 min	t=135 min	t=180 min	t=225 min
ω_a (kg _{H2O} /kg _{ar})	6,34 ± 0,05	6,33 ± 0,05	6,44 ± 0,03	6,24 ± 0,03	6,48 ± 0,03
T_w (°C)	-7,00 ± 0,16	-6,94 ± 0,16	-7,09 ± 0,16	-7,03 ± 0,16	-7,00 ± 0,17
T_a (°C)	10,83 ± 0,20	10,62 ± 0,20	10,91 ± 0,21	10,84 ± 0,24	10,91 ± 0,24
q'' (W.m ⁻²)	368,09 ± 5,03	363,59 ± 5,03	382,34 ± 5,03	377,44 ± 5,03	356,31 ± 5,03
u_a (m.s ⁻¹)	1,07 ± 0,01	1,11 ± 0,01	1,08 ± 0,02	0,68 ± 0,01	1,15 ± 0,02
Λ	1,06 ± 0,11	1,07 ± 0,11	1,06 ± 0,07	1,10 ± 0,11	1,06 ± 0,11
H (mm)	18,22 ± 0,01	18,31 ± 0,05	18,60 ± 0,08	18,30 ± 0,04	18,36 ± 0,03
δ_f (mm)	2,55 ± 0,03	3,66 ± 0,03	5,30 ± 0,14	5,41 ± 0,03	6,54 ± 0,08
M (g)	0,74 ± 0,01	1,48 ± 0,01	2,40 ± 0,01	3,06 ± 0,01	3,75 ± 0,01
ρ_f (kg.m ⁻³)	121,13 ± 3,15	168,34 ± 3,65	188,81 ± 9,78	235,79 ± 2,68	238,84 ± 5,89
ε	0,869 ± 0,0009	0,818 ± 0,0012	0,795 ± 0,0035	0,744 ± 0,0029	0,741 ± 0,0026
k_f (W.m ⁻¹ .K ⁻¹)	0,1578 ± 0,0171	0,1754 ± 0,0154	0,1925 ± 0,0333	0,2379 ± 0,0460	0,2253 ± 0,0408

#9	t=45 min	t=90 min	t=135 min	t=180 min	t=225 min
ω_a (kg _{H2O} /kg _{ar})	8,19 ± 0,06	8,18 ± 0,02	8,05 ± 0,15	7,89 ± 0,04	7,93 ± 0,08
T_w (°C)	-7,10 ± 0,18	-6,98 ± 0,18	-6,99 ± 0,16	-6,96 ± 0,15	-6,95 ± 0,18
T_a (°C)	14,26 ± 0,21	14,13 ± 0,30	14,00 ± 0,30	13,73 ± 0,23	13,78 ± 0,23
q'' (W.m ⁻²)	544,69 ± 5,03	497,67 ± 5,03	496,66 ± 5,03	486,75 ± 5,03	516,44 ± 5,03
u_a (m.s ⁻¹)	1,05 ± 0,02	1,10 ± 0,02	1,09 ± 0,02	1,19 ± 0,01	1,19 ± 0,02
Λ	0,95 ± 0,09	0,95 ± 0,09	0,96 ± 0,05	0,97 ± 0,08	0,96 ± 0,09
H (mm)	18,72 ± 0,06	18,64 ± 0,10	18,79 ± 0,10	18,43 ± 0,05	18,47 ± 0,04
δ_f (mm)	3,38 ± 0,05	4,66 ± 0,08	5,46 ± 0,06	6,39 ± 0,04	6,54 ± 0,06
M (g)	1,24 ± 0,01	2,32 ± 0,01	3,33 ± 0,01	4,29 ± 0,01	5,89 ± 0,01
ρ_f (kg.m ⁻³)	152,84 ± 5,55	207,29 ± 7,18	254,22 ± 5,57	279,71 ± 3,86	326,54 ± 7,57
ε	0,834 ± 0,0018	0,775 ± 0,0028	0,724 ± 0,0026	0,696 ± 0,0042	0,645 ± 0,0064
k_f (W.m ⁻¹ .K ⁻¹)	0,1440 ± 0,0107	0,2024 ± 0,0225	0,2486 ± 0,0533	0,3140 ± 0,0548	0,3444 ± 0,0114

Tabela 16 - Dados experimentais dos testes de velocidade

#4a	t=30 min	t=60 min	t=90 min	t=120 min
ω_a (kg _{H2O} /kg _{ar})	3,69 ± 0,05	3,73 ± 0,07	3,64 ± 0,07	3,79 ± 0,05
T_w (°C)	-14,77 ± 0,16	-15,06 ± 0,20	-15,13 ± 0,18	-15,10 ± 0,16
T_a (°C)	4,88 ± 0,24	4,64 ± 0,21	4,60 ± 0,22	4,79 ± 0,21
q'' (W.m ⁻²)	409,06 ± 5,03	393,43 ± 5,03	397,54 ± 5,03	371,27 ± 5,03
u_a (m.s ⁻¹)	1,18 ± 0,01	1,16 ± 0,02	1,13 ± 0,02	1,23 ± 0,02
Λ	1,67 ± 0,15	1,70 ± 0,16	1,70 ± 0,15	1,69 ± 0,13
H (mm)	9,70 ± 0,03	9,99 ± 0,04	10,25 ± 0,01	9,43 ± 0,07
δ_f (mm)	2,30 ± 0,03	3,43 ± 0,03	4,15 ± 0,02	4,92 ± 0,04
M (g)	0,40 ± 0,01	0,80 ± 0,01	1,18 ± 0,01	1,61 ± 0,01
ρ_f (kg.m ⁻³)	72,37 ± 1,88	97,17 ± 2,90	118,43 ± 2,31	136,31 ± 2,77
ε	0,922 ± 0,0020	0,895 ± 0,0032	0,872 ± 0,0025	0,853 ± 0,0030
k_f (W.m ⁻¹ .K ⁻¹)	0,0862 ± 0,0138	0,1030 ± 0,0143	0,1129 ± 0,0180	0,1126 ± 0,0124

#4b	t=30 min	t=60 min	t=90 min	t=120 min
ω_a (kg _{H2O} /kg _{ar})	3,80 ± 0,04	3,83 ± 0,04	3,78 ± 0,04	3,76 ± 0,04
T_w (°C)	-14,92 ± 0,17	-15,04 ± 0,18	-15,07 ± 0,17	-15,12 ± 0,16
T_a (°C)	4,66 ± 0,21	4,68 ± 0,21	4,44 ± 0,21	4,76 ± 0,22
q'' (W.m ⁻²)	459,94 ± 5,03	423,66 ± 5,03	388,97 ± 5,03	407,34 ± 5,03
u_a (m.s ⁻¹)	1,68 ± 0,10	1,79 ± 0,02	1,83 ± 0,02	1,91 ± 0,01
Λ	1,69 ± 0,14	1,69 ± 0,14	1,71 ± 0,13	1,69 ± 0,13
H (mm)	10,08 ± 0,03	9,72 ± 0,03	9,74 ± 0,05	9,55 ± 0,01
δ_f (mm)	2,61 ± 0,07	3,76 ± 0,03	4,55 ± 0,03	5,21 ± 0,02
M (g)	0,47 ± 0,01	0,91 ± 0,01	1,25 ± 0,01	1,75 ± 0,01
ρ_f (kg.m ⁻³)	75,05 ± 4,14	100,73 ± 2,61	114,58 ± 2,40	140,08 ± 2,08
ε	0,919 ± 0,0045	0,891 ± 0,0028	0,876 ± 0,0026	0,849 ± 0,0023
k_f (W.m ⁻¹ .K ⁻¹)	0,1051 ± 0,0111	0,1105 ± 0,0159	0,1246 ± 0,0181	0,1363 ± 0,0141

#4c	t=30 min	t=60 min	t=90 min	t=120 min
ω_a (kg _{H2O} /kg _{ar})	3,72 ± 0,06	3,72 ± 0,04	3,74 ± 0,02	3,83 ± 0,02
T_w (°C)	-15,01 ± 0,18	-14,89 ± 0,18	-14,92 ± 0,16	-15,02 ± 0,15
T_a (°C)	4,44 ± 0,23	4,27 ± 0,22	4,68 ± 0,21	4,54 ± 0,21
q'' (W.m ⁻²)	466,76 ± 5,03	435,56 ± 5,03	402,70 ± 5,03	421,36 ± 5,03
u_a (m.s ⁻¹)	2,29 ± 0,02	2,27 ± 0,02	2,33 ± 0,02	1,28 ± 0,02
Λ	1,71 ± 0,14	1,71 ± 0,15	1,69 ± 0,13	1,70 ± 0,12
H (mm)	9,22 ± 0,03	9,29 ± 0,05	9,18 ± 0,04	9,14 ± 0,03
δ_f (mm)	2,72 ± 0,04	3,94 ± 0,03	4,66 ± 0,03	5,81 ± 0,03
M (g)	0,49 ± 0,01	0,92 ± 0,01	1,35 ± 0,01	1,93 ± 0,01
ρ_f (kg.m ⁻³)	75,05 ± 2,54	97,39 ± 2,61	120,63 ± 2,33	138,38 ± 1,71
ε	0,919 ± 0,0028	0,895 ± 0,0028	0,870 ± 0,0025	0,850 ± 0,0019
k_f (W.m ⁻¹ .K ⁻¹)	0,0934 ± 0,0154	0,1174 ± 0,0160	0,1069 ± 0,0106	0,1303 ± 0,0098

APÊNDICE V - MÉTODO TDMA LINHA POR LINHA

A discretização da equação da conservação da energia apresentada no capítulo 4 leva à determinação da temperatura em todos os pontos da camada de geada com a utilização do método de volumes finitos. Para tanto, resolve-se a equação algébrica (5.11a) em todos os volumes de controle, simultaneamente, com o uso do método TDMA (*Tri-Diagonal Matrix Algorithm*) linha por linha, como descrito por Versteeg e Malalasekera (2007).

Esse método permite a resolução de sistemas de equações lineares na forma tri-diagonal, como no exemplo a seguir:

$$\varphi_1 = c_1 \quad (\text{A.13a})$$

$$-b_2\varphi_1 + d_2\varphi_2 - a_2\varphi_3 = c_2 \quad (\text{A.13b})$$

$$-b_3\varphi_2 + d_3\varphi_3 - a_3\varphi_4 = c_3 \quad (\text{A.13c})$$

$$-b_4\varphi_3 + d_4\varphi_4 - a_4\varphi_5 = c_4 \quad (\text{A.13d})$$

$$\begin{array}{ccc} \dots & \dots & \\ \varphi_n & = c_n & (\text{A.13e}) \end{array}$$

Onde φ é a propriedade a ser determinada, os índices “1” a “n” indicam a posição de cada volume de controle e os coeficientes a, b, c e d são dados do problema. Inicialmente, o modelo foi desenvolvido para resolver problemas unidimensionais, com a resolução feita em uma única linha. Isolando a propriedade φ em cada uma das equações (VERSTEEG e MALALASEKERA, 2007):

$$\varphi_2 = \frac{a_2}{d_2} \varphi_3 + \frac{b_2}{d_2} \varphi_1 + \frac{c_2}{d_2} \quad (\text{A.14a})$$

$$\varphi_3 = \frac{a_3}{d_3} \varphi_4 + \frac{b_3}{d_3} \varphi_2 + \frac{c_3}{d_3} \quad (\text{A.14b})$$

De uma maneira mais genérica, pode-se escrever:

$$\varphi_j = \frac{a_j}{d_j} \varphi_{j+1} + \frac{b_j}{d_j} \varphi_{j-1} + \frac{c_j}{d_j} \quad (\text{A.15})$$

Tal sistema pode ser resolvido por substituição sucessiva. Começando por remover φ_2 da equação (A.14a), e substituí-lo da equação (A.14b):

$$\varphi_3 = \left(\frac{a_3}{d_3 - b_3 \frac{a_2}{d_2}} \right) \varphi_4 + \left(\frac{b_3 \left(\frac{b_2}{d_2} \varphi_1 + \frac{c_2}{d_2} \right) + c_3}{d_3 - b_3 \frac{a_2}{d_2}} \right) \quad (\text{A.16})$$

Adotando a notação:

$$A_2 = \frac{a_2}{d_2} \quad \text{e} \quad C_2 = \frac{b_2}{d_2} \varphi_1 + \frac{c_2}{d_2} \quad (\text{A.17})$$

A equação (A.16) pode ser reescrita:

$$\varphi_3 = \left(\frac{a_3}{D_3 - b_3 A_2} \right) \varphi_4 + \left(\frac{b_3 C_2 + c_3}{d_3 - b_3 A_2} \right) \quad (\text{A.18})$$

Fazendo as seguintes simplificações:

$$A_3 = \frac{a_3}{D_3 - b_3 A_2} \quad \text{e} \quad C_3 = \frac{b_3 C_2 + c_3}{d_3 - b_3 A_2} \quad (\text{A.19})$$

A equação (A.18) assume a forma:

$$\varphi_3 = A_3 \varphi_4 + C_3 \quad (\text{A.20})$$

Generalizando a equação (A.20):

$$\varphi_j = A_j \varphi_{j+1} + C_j \quad (\text{A.21})$$

Onde:

$$A_j = \frac{a_j}{D_j - b_j A_{j-1}} \quad (\text{A.22})$$

$$C_j = \frac{b_j C_2 + c_j}{d_j - b_j A_{j-1}} \quad (\text{A.23})$$

Adaptando as definições de A_j e C_j para os pontos nas fronteiras: $A_1=0$, $A_n=0$ e $C_n=\varphi_n$. Desse modo, podem-se resolver os sistemas: Primeiro definem-se os coeficientes, a , b , c e d , em seguida os valores de A e C são calculados em todos os pontos (de $j=1$ até $j=n$). Como a condição de φ é conhecida na fronteira ($j=n$), a equação (A.20) pode ser resolvida na ordem reversa ($\varphi_{n-1}, \varphi_{n-2}, \dots, \varphi_1$).

Tal resolução pode ser utilizada para resolver o problema de condução 1-D em uma única linha, como no exemplo:

$$-A_E T_E + A_P T_P - A_W T_W = S \quad (\text{A.24})$$

onde T é a temperatura de interesse, A_P , A_W e A_E são os coeficientes definidos pelo problema no ponto de interesse P e nos vizinhos a oeste (W) e a leste (E) e S é o termo fonte. Adaptando a notação utilizada:

$$A_P \equiv d, \quad A_E \equiv b, \quad A_W \equiv a, \quad S \equiv c$$

Apesar do método TDMA resolver analiticamente um problema unidimensional, ele pode ser adaptado para resolver numericamente um problema bidimensional. Esse é o método TDMA linha por linha (VERSTEEG e MALALASEKERA, 2007).

A equação geral a ser resolvida tem a seguinte forma:

$$A_P T_P = A_N T_N + A_S T_S + A_E T_E + A_W T_W + S \quad (\text{A.25a})$$

Reorganizando:

$$-A_N T_N + A_P T_P - A_S T_S = A_E T_E + A_W T_W + S \quad (\text{A.25b})$$

Para resolver um sistema ao longo da linha norte-sul, os valores de T nas vizinhanças a oeste e a leste são considerados temporariamente conhecidos, assim, pode-se substituir:

$$A_P \equiv d, \quad A_N \equiv b, \quad A_S \equiv a, \quad A_E T_E + A_W T_W + S \equiv c$$

Procedimento semelhante é adotado para as linhas horizontes. A resolução deve incluir todas as linhas, seguindo a seguinte lógica:

- Arbitrase-se um campo de temperaturas, por exemplo $T=0$ para todos os pontos.
- Corrige-se iterativamente este campo de temperaturas varrendo-se linha por linha o domínio até que as temperaturas deixem de variar segundo o critério de convergência estabelecido. As linhas são visitadas na seguinte ordem:
 - Linhas verticais da esquerda para a direita.
 - Linhas verticais da direita para a esquerda.
 - Linhas horizontais de baixo para cima.
 - Linhas verticais de cima para baixo.

As varreduras nos quatro sentidos asseguram que as informações associadas às quatro fronteiras sejam levadas para o interior do domínio.